

**СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ
СПЛОШНОЙ СРЕДЫ**

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ XIV МЕЖДУНАРОДНОЙ
КОНФЕРЕНЦИИ

19 – 24 июня 2010 года

Ростов-на-Дону, Азов
2010

ББК

Редакторы: А. О. Ватульян, М. Ю. Жуков, Д. Ю. Сухов

Современные проблемы механики сплошной среды. Тезисы докладов XIV международной конференции, г. Ростов-на-Дону, Азов, 19 – 24 июня 2010 г., Ростов-на-Дону, Издательство «????», 2010 г., ??? с.

Сборник содержит тезисы докладов, представленных на XIV международную конференцию «Современные проблемы механики сплошной среды».

Основной целью конференции, приуроченной к 90-летию со дня рождения выдающегося российского механика, академика РАН Иосифа Израилевича Ворovichа, является обсуждение современных направлений и тенденций научных исследований в области математического моделирования применительно к современным задачам механики сплошной среды. В сборнике представлены результаты исследований по моделированию деформирования тел из физически и геометрически нелинейных материалов, по устойчивости движений вязкой жидкости, аэрогидродинамике, описаны новые вычислительные технологии применительно к различным задачам механики, в частности, в механике контактных взаимодействий и теории оболочек, при расчете напряженно-деформированного состояния тел со сложными физико-механическими свойствами и при их идентификации, обсуждены проблемы био- и наномеханики.

XIV международная конференция «Современные проблемы механики сплошной среды» (гг. Ростов-на-Дону, Азов, 19 – 24 июня 2010 г.) поддержана Российским фондом фундаментальных исследований

©Южный федеральный университет, 2010 г.

Организаторы:

Южный федеральный университет

НИИ М и ПМ ЮФУ им. И. И. Воровича

Южный научный центр РАН

Руководство конференции:

Белоконь А. В., президент Южного федерального университета — председатель Программного комитета

Бабешко В. А., академик РАН, директор Научно-исследовательского центра прогнозирования и предупреждения геоэкологических и техногенных катастроф при Кубанском госуниверситете

Захаревич В. Г., ректор Южного федерального университета

Климов Д. М., академик РАН

Матишов Г. Г., академик РАН, председатель Южного научного центра РАН

Морозов Н. Ф., академик РАН, зав. кафедрой теории упругости СПбГУ

Программный комитет конференции:

Александров В. М., профессор, Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН

Аннин Б. Д., чл.-корр. РАН, Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН

Баженов В. Г., профессор, Нижегородский госуниверситет им. Н. И. Лобачевского

Ватульян А. О., профессор, Южный федеральный университет

Гольдштейн Р. В., чл.-корр. РАН, Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН

Горячева И. Г., академик РАН, Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН

Губайдуллин Д. А., чл.корр. РАН, директор Института механики и машиностроения КазНЦ РАН

Зубов Л. М., профессор, Южный федеральный университет

Ивлев Д. Д., профессор, Чувашский государственный педагогический университет им. И. Я. Яковлева

Ильгамов М. А., чл.корр. РАН, Уфимский научный центр РАН

Индейцев Д. А., чл.-корр. РАН, директор Института проблем машиноведения РАН

Колесников В. И., академик РАН, ректор Ростовского государственного университета путей сообщения

Коссович Л. Ю., профессор, ректор Саратовского госуниверситета им. Н. Г. Чернышевского

Кукуджанов В. Н., профессор, Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН

Куликовский А. Г., академик РАН, Математический институт им. В. А. Стеклова РАН

Липанов А. М., академик РАН, председатель Удмурдского научного центра РАН

Ломакин Е. В., чл.-корр. РАН, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова

Любимов Г. А., профессор, НИИ механики МГУ им. М. В. Ломоносова

Манжиров А. В., профессор, Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН

Матвеев В. П., академик РАН, председатель Пермского научного центра УрО РАН

Новопашин М. Д., чл.-корр. РАН, директор Института горного дела Севера им. Н. В. Черского СО РАН

Панин В. Е., академик РАН, Институт физики прочности и материаловедения СО РАН

Победра Б. Е., профессор, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова

Пухначев В. В., чл.-корр. РАН, Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН

Радаев Ю. Н., профессор, Самарский государственный университет

Симонов И. В., профессор, Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН

Тарлаковский Д. В., профессор, Московский авиационный институт (государственный технический университет) «МАИ»

Устинов Ю. А., профессор, Южный федеральный университет

Фомин В. М., академик РАН, директор Института теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН

Черный Г. Г., академик РАН, НИИ механики МГУ им. М. В. Ломоносова

Организационный комитет конференции:

Жуков М. Ю., заведующий кафедрой вычислительной математики и математической физики, Южный федеральный университет

Калинчук В. В., заместитель председателя Южного научного центра РАН

Карякин М. И., декан факультета математики, механики и компьютерных наук, Южный федеральный университет

Наседкин А. В., профессор, Южный федеральный университет

Сафроненко В. Г., заместитель директора, НИИ механики и прикладной математики им. Воровича И. И., Южный федеральный университет

Чебаков М. И., профессор, НИИ механики и прикладной математики им. Воровича И. И., Южный федеральный университет

Шевцов С. Н., заведующий лабораторией машиностроения и высоких технологий, Южный научный центр РАН

Юдин А. С., заведующий отделом НИИ механики и прикладной математики им. Воровича И. И., Южный федеральный университет

Модель поведения жидкости в нано-размерных каналах

Абрамян А. К., Бессонов Н. М., Индейцев Д. А., Миранцев Л. В.

*Санкт-Петербург, Институт проблем машиноведения РАН
andabr33@yahoo.co.uk*

Течение жидкости в микро- и наноканалах представляет значительный интерес, как с точки зрения фундаментальной науки, так и для практических приложений. В связи с этим моделирование такого течения стало одним из наиболее быстро развивающихся направлений в гидродинамике. Актуальность такого моделирования также подкрепляется результатами многочисленных экспериментов, проведенных в течение последних двух десятилетий, которые выявили значительные отличия поведения жидкости в объемах с размерами порядка 10 и менее молекулярных диаметров от предсказаний классических континуальных теорий. В этих экспериментах было обнаружено значительное увеличение эффективной вязкости жидкости в таких объемах по сравнению с ее макроскопическим значением. Классическая гидродинамика, не учитывающая атомарное (молекулярное) строение жидкости, не даёт адекватного описания течения жидкостей в наноканалах с шириной порядка 10 и менее молекулярных диаметров. Для описания такого течения в настоящей работе предложены новые уравнения, описывающие поведение жидкостей, учитывающие её молекулярное строение и результаты натуральных и численных экспериментов. Численные эксперименты были выполнены с помощью компьютерного моделирования и методом молекулярной динамики (МД).

Численное моделирование нестационарного деформирования композитных пластин при контактном взаимодействии с жесткими телами

Абросимов Н. А., Елесин А. В., Куликова Н. А.

*Нижний Новгород, НИИ механики Нижегородского государственного
университета
им. Н. И. Лобачевского
abrosimov@mech.unn.ru*

Предлагается методика численного решения задач динамического деформирования многослойных композитных пластин при низкоскоростном соударении с абсолютно жесткими телами. Полагается, что пластина состоит из нерегулярного набора композитных слоев постоянной толщины. Кинематическая модель деформирования многослойного пакета определяется гипотезами линейного изменения касательных и постоянных нормальных перемещений по толщине пластины. Физические соотношения формулируются в рамках теории эффективных модулей для каждого элементарного слоя. Для описания совместного движения жесткого тела и пластины используется вариационное уравнение динамики и условие непроникания по нормали. Численное решение поставленной начально-краевой задачи базируется на явной вариационно-разностной схеме. На примере

решения задач динамического деформирования композитных балок и пластин при нормальном соударении со сферическим ударником показана достоверность рассматриваемого подхода и исследовано влияние структуры пакета и скорости удара на процесс деформации.

Дифракция сдвиговой плоской волны на крае упругого слоя в составном пространстве

Агаян К. Л.

Ереван, Институт механики НАН РА
avsah@mechins.sci.am, avsakhayan@gmail.com

Исследуется динамическая контактная задача о дифракции сдвиговой плоской волны, падающей из бесконечности под некоторым углом, на край упругого слоя, вложенного в упругое полупространство и частично скрепленного с ним. Получены конечные выражения, определяющие волновое поле в каждой части слоя и пространства, а также асимптотические формулы, описывающие волновое поле в дальних зонах и около концов участков контакта.

К идентификации трещин в вязкоупругой слоистой среде

Азарова П. А., Явруян О. В.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
polina_azarova86@mail.ru

Исследована задача определения геометрических параметров (размеров и местоположения) трещины в вязкоупругом ортотропном слое по заданной информации о полях перемещений на части верхней границы слоя в случае плоских колебаний. Прямая задача решена на основе метода граничных интегральных уравнений. Вязкоупругие свойства материала учтены в рамках принципа соответствия. Обратная задача сведена к процедуре минимизации функционала невязки, которая осуществлена с помощью генетических алгоритмов. Проведен ряд численных экспериментов по идентификации прямолинейных трещин, проанализировано влияние вязкоупругих свойств материала на процедуру реконструкции.

Работа выполнена при поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 годы (госконтракт 02.740.11.5024), НК-527 и гранта РФФИ 10-01-00194.

Приближенное решение задачи об индентировании
функционально-градиентного покрытия жестким
круговым в плане штампом

Айзикович С. М., Кренев Л. И., Трубчик И. С.

Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет

lkrenev@yandex.ru

Построено приближенное решение задачи о внедрении жесткого кругового в плане штампа в функционально-градиентное покрытие. Получены аналитические формулы, позволяющие определить простые выражения для описания распределения контактного давления и зависимости осадки штампа от величины приложенной к нему силы. Эти формулы являются асимптотически точными при больших и малых значениях безразмерного геометрического параметра задачи.

К решению задачи идентификации повреждений в упругом стержне

Акопьян В. А.*, Кабельков А. Н., Шевцов С. Н.***, Черпаков А. В.***

**Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики*

им. Воровича И. И. ЮФУ

***Новочеркасск, Южно-российский государственный технический университет (НПИ)*

****Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН*

akop@math.rsu.ru

Рассмотрена модель кантилевера постоянного сечения с поперечным надрезом, которая моделируется упругим элементом. По результатам модального анализа в конечно-элементном комплексе ANSYS при 3D-моделировании балки получены зависимости собственных частот колебаний от местоположения и размера повреждения. Установлено, что совместное решение частотных уравнений для нескольких мод колебаний позволяет определить координату повреждения. Такой подход является основой для формулирования критерия локализации повреждений в стержневых структурах.

Напряженное состояние составной полуплоскости с абсолютно жестким включением на линии раздела материалов

Акопьян В. Н., Саргсян А. О.

Ереван, Институт механики НАН РА

vhakobyan@sci.am

Исследованию напряженно-деформированного состояния однородных и составных массивных тел, содержащих абсолютно жесткие включения, посвящено много работ как отечественных, так и зарубежных исследователей.

В работе рассмотрено плоско-деформированное состояние составной полуплоскости, содержащей на линии стыка различных материалов абсолютно жесткое тонкое включение, одна из боковых сторон которого жестко сцеплена с матрицей, а другая сторона находится в условиях гладкого контакта. Изучено поведение искомых функций в концевых точках включения в зависимости от физических параметров и построено решение задачи методом ортогональных многочленов.

Об одном интегральном уравнении, встречающемся в ряде задач механики контактных взаимодействий

Александров В. М.*, Костырева Л. А.**

** Москва, Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлinskого РАН*

*** Москва, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
alexand@ipmnet.ru*

Изучается типичное интегральное уравнение, встречающееся в ряде задач механики контактных взаимодействий. Построено асимптотическое решение интегрального уравнения при больших значениях входящего в ядро уравнения характерного безразмерного параметра. Указан способ построения главного члена асимптотики решения интегрального уравнения при малых значениях отмеченного параметра. Приведены примеры конкретных задач.

Математическое моделирование динамических процессов в шельфовой зоне моря в штормовых условиях

**Алексеев Д. В., Иванов В. А., Иванча Е. В., Фомин В. В.,
Черкесов Л. В.**

*Севастополь, Морской гидрофизический институт НАН Украины
dalexeev@rambler.ru*

С использованием трехмерной нелинейной численной модели исследуются процессы формирования нестационарных течений и переноса ими пассивной примеси и мелкодисперсных донных осадков на северо-западном шельфе Черного моря. Динамические процессы в водной среде генерируются одиночными интенсивными атмосферными циклонами. Для обеспечения высокого пространственного разрешения в модели применяется процедура вложенных сеток. Проанализирована временная эволюция полей уровня моря, скоростей течений, концентрации примеси и взмученных донных осадков.

О механических параметрах асбестовых нанотрубок

Анкудинов А. В.*, **Бауэр С. М.****, **Ермаков А. М.****,
Каштанова С. В.**, **Морозов Н. Ф.****

* *Санкт-Петербург, Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе*

** *Санкт-Петербург, Санкт-Петербургский государственный университет*
kastasya@yandex.ru

С помощью сканирующей зондовой микроскопии (СЗМ) исследованы механические свойства отдельных нанотрубок из хризотилового асбеста с внешним диаметром около 30 нм и внутренним — около 5 нм. Определены жесткости — отношения приложенной силы к величине прогибов мостиков и консолей, сформированных нанотрубками, перекрывающими отверстия в пористой подложке. Представлены результаты экспериментальных исследований как полых асбестовых нанотрубок, так и содержащих различные наполнители: воду, ртуть и теллур.

Проведено сравнение экспериментальных данных с результатами моделирования в рамках континуальной теории упругости. Для оценки модуля упругости нанотрубок по величине прогиба использовалась классическая теория Бернулли–Кигхгофа–Лява. Однако, как известно, классическая теория хорошо работает для балок сплошного поперечного сечения из однородного материала и может давать существенные погрешности для многослойных балок. В связи с этим проводилось также определение прогибов нанотрубок по теории Тимошенко–Рейсснера, учитывающей поперечные сдвиги. Такой подход позволяет объяснить существенное влияние наполнителя на величину жесткости нанотрубок. Слоистая структура асбестовых нанотрубок позволяет рассматривать их как трансверсально-изотропные. При этом, если отдельный слой не меняет своей структуры, то модуль сдвига в поперечном сечении может существенно меняться в зависимости от наполнителя.

Проведено также сравнение теоретических и экспериментальных результатов с результатами численного моделирования по теории Родионовой–Черныха и проведенными конечно-элементными расчетами в программном пакете ANSYS.

Трансверсально-изотропная упругая модель геоматериалов

Аннин Б. Д.

Новосибирск, Институт гидродинамики СО РАН
annin@hydro.nsc.ru

Исследуется выбор параметров трансверсально-изотропной упругой модели для описания линейного деформирования геоматериалов, проанализированы аналитические и численные методы решения соответствующих динамических уравнений.

Факторизационные методы в граничных задачах механики сплошных сред

Бабешко В. А., Евдокимова О. В., Бабешко О. М.

Краснодар, Кубанский государственный университет

`babeshko@kubsu.ru`

В докладе обсуждаются различные методы исследования граничных задач механики сплошных сред, в той или иной форме использующие идеи факторизации. Первоначально возникшие для изучения интегральных уравнений, в настоящее время они получили развитие для изучения и решения граничных задач для систем дифференциальных уравнений в частных производных. Показывается различие и связь факторизационных методов, используемых для исследования дифференциальных (дифференциальный метод факторизации) и интегральных (интегральный метод факторизации) уравнений, а также связь факторизационных методов с другими подходами. Излагается теория блочных структур и блочного элемента, обсуждаются возможности этих подходов для исследования задач сейсмологии, механики сплошных сред с неоднородностями, физики и других областей.

Сравнительный анализ динамического поведения виброударных систем разных типов

Баженов В. А., Погорелова О. С., Постникова Т. Г.

Киев, Киевский национальный университет строительства и архитектуры

`posttan@ukr.net`

Рассматривается и анализируется динамическое поведение сильно нелинейных виброударных систем двух существенно разных типов под действием периодического внешнего воздействия. Колебания в виброударных системах характеризуются резкими изменениями скорости в некоторые моменты времени, по этой причине их иногда называют разрывными, и это же обстоятельство является причиной сильной нелинейности таких систем. В литературе предлагаются принципы классификации виброударных систем по различным аспектам, одним из которых является вид ограничителя колебаний. Классификация механических систем с ударами по отношению к виду ограничителя связано с возможными способами моделирования удара. Решающим тут является коэффициент жесткости: быстротечность удара и его сила определяются жесткостью контактирующих тел. Рассматриваются два вида двухмассовых виброударных систем с двумя степенями свободы — с ударом о твердый и мягкий ограничители. В системах с твердым ограничителем можно считать, что продолжительность удара бесконечно мала и коэффициент восстановления имеет постоянное значение, поэтому в таких системах удар может быть смоделирован граничными условиями с использованием коэффициента восстановления. В системах с мягким ограничителем такое допущение не соответствует действительности, поэтому удар следует моделировать нелинейной силой контактного взаимодействия, которая может

быть описана разными законами. В виброударных системах с твердым ограничителем удар так же может быть смоделирован этим способом. Поэтому в системах обоих типов мы моделируем удар нелинейной силой контактного взаимодействия и описываем ее законом Герца. Численное интегрирование уравнений движения дает возможность проследить влияние изменений конструктивных параметров на динамическое поведение виброударных систем обоих типов. В работе исследовано влияние таких параметров: массы одного из тел, жесткости ограничителя, параметра амплитуды и частоты внешнего воздействия. Исследования показали, что виброударная система с твердым ограничителем значительно устойчивее к изменению конструктивных параметров, характер режимов ее колебаний меняется достаточно редко, в то время как система с ударом о мягкий ограничитель при изменении параметров чаще меняет характер режимов колебаний — от одноударного гармонического до многоударных субгармонических, вплоть до хаоса.

Экспериментально-теоретическое исследование устойчивости и закритического поведения упругопластических оболочек вращения при ударном нагружении

Баженов В. Г., Кибец А. И., Павленкова Е. В., Баранова М. С.
Нижегородский госуниверситет им. Н. И. Лобачевского
bazhenov@mech.unn.ru

Доклад посвящен обзору экспериментальных и теоретических исследований устойчивости и закритического поведения упругих и упругопластических оболочек вращения при осевом ударном нагружении. Представлены также новые результаты исследования многостадийного неосесимметричного выпучивания упругопластических цилиндрических оболочек при продольном ударе.

Свободные колебания и устойчивость предварительно напряженной полосы

Баничук Н. В.*, Барсук А. А., Иванова С. Ю.***
** Москва, Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН*
*** Кишинев, Кишиневский государственный университет*
banichuk@ipmnet.ru, syuivanova@yandex.ru

Рассматривается задача о свободных гармонических колебаниях упругой изотропной полосы в условиях ее растяжения (сжатия) равномерно распределенными по поперечному сечению усилиями заданной интенсивности. Принимается, что деформирование полосы происходит в ее плоскости. При отсутствии осевых усилий обсуждаемая задача совпадает с классической задачей о свободных колебаниях упругой полосы, исследовавшейся Рэлеем и Лэмбом, а при нулевом значении частоты и сжатии полосы — с задачей устойчивости полосы, рассматривавшейся А. Ю. Ишлинским. В аналитической форме получена зависимость

частот свободных колебаний от параметра нагрузки и отношения ширины полосы к длине полуволны ее волнообразного деформированного состояния. Показывается, что полученное решение задачи для полосы одновременно служит точным решением этой же задачи и для прямоугольных пластин конечных размеров для граничных условий, генерируемых инвариантностью полосы относительно сдвигов. Приводятся результаты асимптотического анализа решения задачи.

Анализ устойчивости и оптимизация растягиваемых стержней

Баничук Н. В.* , Барсук А. А. , Макеев Е. В.***

* *Москва, Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлунского РАН*

** *Кишинев, Кишиневский государственный университет*

makeevev@rambler.ru, banichuk@ipmnet.ru

Рассматривается задача оптимального проектирования по критерию устойчивости консоли переменной жесткости, к свободному концу которой приложена растягивающая сила, передаваемая через абсолютно жесткий стержень, прикрепленный к свободному концу консоли. Решение задачи строится в замкнутой аналитической форме в зависимости от отношения длин жесткого стержня и консоли. Показывается, что при определенном значении этого отношения происходит бифуркация характеристик оптимального стержня. Формулируются условия бифуркации и определяются значения характеристик оптимального решения. Приводится асимптотический анализ оптимальных решений.

Эффект локализации спиральных волн вблизи оси кровеносного сосуда

Батищев В. А.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

batish@math.rsu.ru

Изучается проблема распространения спиральных волн в крупных кровеносных сосудах человека и животных. Рассматриваются спиральные волны, бегущие в критическом слое вблизи оси цилиндрической области, заполненной жидкостью и ограниченной тонкой упругой цилиндрической оболочкой. Эти волны распространяются на фоне среднего стационарного потока (течения Пуазейля) и длинных пульсовых волн, вызванных вязкоупругими свойствами цилиндрической оболочки. Рассмотрены только те моды, которые локализованы вблизи оси цилиндра и асимптотически стремятся к нулю при приближении к поверхности цилиндра в поперечном направлении. Проведен численный расчет и построена асимптотика фазовых скоростей, декрементов затухания, длин спиральных волн и профилей скоростей как функций параметров задачи (средняя скорость течения Пуазейля и частотный параметр). Показано, что эффект локализации спиральных волн усиливается как с ростом номера моды, так и с ростом частотного параметра.

Механические аспекты понятия ригидности глаза

Бауэр С. М., Воронкова Е. Б., Семенов Б. Н.

Санкт-Петербург, Санкт-Петербургский государственный университет
s_bauer@mail.ru

В офтальмологии под ригидностью глаза понимают некоторый параметр, характеризующий зависимость изменения объема глаза при изменении давления внутри фиброзной оболочки глаза. Понятие ригидности глаза лежит в основе клинической тонометрии и тонографии. Кроме того, знание зависимости, связывающей изменение внутриглазного давления (ВГД) и внутриглазного объема, позволяет контролировать изменение ВГД при введении внутриглазных инъекций, что имеет очень большое значение, так как даже кратковременное увеличение ВГД выше определенного индивидуального уровня может привести к нарушению кровообращения на сетчатке и в диске зрительного нерва. Математическое моделирование может помочь оценить, какие параметры глаза оказывают наибольшее влияние на коэффициент ригидности, помочь в каждом конкретном случае оценить возможный уровень изменения ВГД в результате инъекции и риск для отдельного пациента.

Большую часть наружной оболочки глаза ($> 90\%$) составляет склера. Для глаз с нормальным зрением склера имеет форму близкую к сферической, для глаз с миопией или гиперметропией склера чаще имеет форму вытянутого или сплюснутого эллипсоида.

В данной работе для эллипсоидальных изотропных и ортотропных оболочек вращения получены зависимости «объем–давление» по линейной безмоментной теории оболочек, по уточненной прикладной теории анизотропных оболочек Родионовой-Гитаева-Черныха, а также выполнено конечноэлементное моделирование задачи в программном пакете ANSYS. Построенные модели позволяют оценить влияние формы оболочки (степень ее отклонения от сферической), а также степень анизотропии (различие модулей упругости в меридианальном и окружном направлении) на коэффициент ригидности, характеризующий зависимость «объем–давление». Проводится сравнение результатов, полученных при использовании разных моделей, с клиническими данными.

Об одной двумерной модели поликристаллических сегнетоэлектриков

Белоконь А. В., Герасименко Т. Е., Скалиух А. С.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
skaliukh@math.rsu.ru

Представлена математическая модель отклика поликристаллических сегнетоэлектрических сред на воздействие сильных электрических полей и малых механических напряжений в двумерном случае. Для построения модели использован подход двухуровневой среды. Строится функция плотности распределения доменов в электрическом поле и определяется предельная зависимость между

поляризации и электрическим полем в идеальном случае. Выведено энергетическое соотношение, связывающее работу электрического поля в реальном процессе поляризации с энергией поворота домена и потерями в идеальном случае. Получена система уравнений в дифференциалах для определения вектора поляризации при любом электрическом поле. Доказаны теоремы о симметрии тензора мгновенных диэлектрических проницаемостей, что позволило свести задачу к системе обыкновенных дифференциальных уравнений, которая решается численно. По вектору остаточной поляризации при условии несжимаемости материала строится поле остаточных деформаций. Модель содержит шесть параметров, определяемые из условия совпадения расчетной и экспериментальной кривой гистерезиса в одномерном случае. Полученные уравнения могут рассматриваться как определяющие соотношения в дифференциальном виде.

Особенности динамики слоисто-неоднородных и функционально-градиентных сред

Белянкова Т. И., Калинин В. В.

Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН

belyankova@mmbi.krinc.ru

Использование в современном производстве узлов и конструкций, выполненных из новых композиционных материалов, обеспечение прочности деталей, работающих в условиях больших динамических нагрузок и воздействия полей различной природы, обуславливает необходимость создания адекватных моделей, отражающих влияние внешних воздействий на изменение динамических характеристик материала среды. Решение этой проблемы опирается на возможность эффективного моделирования самих неоднородных материалов, их напряженного состояния и волновых полей, возникающих под действием внешних динамических нагрузок. Особое место занимает верификация результатов и возможность сопоставления работы различных моделей. Так для построения функции Грина многослойного полупространства предложен эффективный численно-аналитический подход, для функционально-градиентного полупространства использована усовершенствованная двухточечная схема численного построения. Детально исследованы свойства функций Грина задач. Исследовано влияние изменения свойств и геометрии неоднородной среды на изменение ее динамических характеристик. Проведен сравнительный анализ моделей.

Многokратные переотражения высокочастотных волн в заданной декартовой системе координат

Боев Н. В.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
boyev@math.rsu.ru

В рамках геометрической теории дифракции на основе интегральных представлений физической теории дифракции Кирхгофа получена явная формула для амплитуды переотраженного луча. Траектория луча представляет собой пространственную ломаную линию и рассматривается в некоторой заданной декартовой системе координат, в которой считаются также известными расположение и граничные поверхности всех отражателей, участвующих в формировании траектории луча. Полученная формула может служить основой практических численных расчетов дифракционных волновых полей в телах конечных размеров при наличии в них рассеивателей, ограниченных гладкими поверхностями сложной формы.

Исследования выполнены при поддержке гранта РФФИ 10-01-00557а.

Некоторые полуаналитические решения уравнений динамики вязкого газа и их применение в модельных задачах гидродинамики

Бондарчук А. А., Мещеряков К. И.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
melchior@list.ru

Для гидродинамических функций получено три представления с зависящими от времени коэффициентами, сводящих систему уравнений движения вязкого теплопроводного газа к системе обыкновенных дифференциальных уравнений для нахождения этих коэффициентов. Приведено несколько примеров применения найденных представлений для моделирования задач гидродинамики. Также показано удобство полученной в промежуточных выкладках формы записи уравнений движения вязкого газа для проведения численных исследований с применением разложения искомых гидродинамических функций в ряды по пространственным координатам.

Диагностика предразрушающего состояния материалов по инвариантным соотношениям параметров потока сопутствующей акустической эмиссии

Буйло С. И.

Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики

им. Воровича И. И. ЮФУ

bsi@math.rsu.ru

Рассмотрены особенности диагностики предразрушающего состояния материалов по отклонению амплитудных и временных инвариантных соотношений параметров сопутствующей акустической эмиссии (АЭ) от их устойчивых (инвариантных) значений. Установлено, что на ранних стадиях деформации, а также при рассеянном по объему накоплении микронесплошностей первый амплитудный инвариант АЭ имеет устойчивое значение порядка 0,8, а временной близок к единице. Локализация процесса дефектообразования при зарождении трещины приводит к нарушению инвариантности амплитудных и временных инвариантных соотношений АЭ и резкому падению их значений перед разрушением, что можно использовать в качестве экспериментального критерия предразрушающего состояния.

«Прореживание» потока путем выборки каждого m -го импульса резко снижает случайность свойств исходного потока АЭ. Это делает практически невозможным определение степени опасности дефекта по каким-либо статистическим параметрам «прореженных» потоков (включая и метод инвариантов АЭ) даже при относительно малых коэффициентах пересчета. Показано, что предлагаемый в последнее время рядом исследователей способ повышения быстродействия метода инвариантов АЭ, заключающийся в использовании для анализа степени опасности развивающихся дефектов «прореженных» потоков или потоков Эрланга, является бесперспективным.

Установлено, что метод инвариантов АЭ носит междисциплинарный характер и в силу высокой чувствительности к процессам упорядочения структуры имеет также неплохие перспективы в задачах идентификации фазовых переходов типа «порядок-беспорядок» в твердых телах и в ходе физико-химических процессов в жидких средах.

Основные механизмы нелинейных взаимодействий в пограничном слое при гиперзвуковом обтекании конуса

Бунтин Д. А.

Новосибирск, Институт теоретической и прикладной механики

*им. С. А. Христиановича СО РАН, Новосибирский государственный
университет*

bountin@itam.nsc.ru

Изучение перехода ламинарного течения к турбулентному в пограничных слоях при сверхзвуковых скоростях является крайне важной задачей, поскольку поверхностное трение и тепловые нагрузки на летательный аппарат сильно

зависят от состояния течения на его поверхности. В случае малых начальных амплитуд линейный рост возмущений пограничного слоя приводит к нелинейным взаимодействиям, благодаря которым и происходит турбулизация течения. На данный момент установлено, что наиболее неустойчивым типом возмущений при гиперзвуковых скоростях являются акустические возмущения, так называемая вторая или мэкковская мода неустойчивости. Именно ее рост приводит к турбулизации течения в пограничном слое.

Линейная стадия развития волн в гиперзвуковом пограничном слое достаточно хорошо изучена. В то же время нелинейная стадия, которая может занимать половину протяженности перехода, практически не исследовалась. В данной работе проведено первое детальное изучение нелинейных процессов, приводящих к турбулентности. Работа является обзорной по материалам ряда экспериментальных исследований нелинейных процессов в гиперзвуковых пограничных слоях конусов. Для выявления нелинейных процессов и их характеристик использовались биспектральный и статистический анализы. В работе определены основные типы нелинейных процессов. Показано, что основную роль в переходе играет субгармонический резонанс возмущений второй моды. Показана неравномерность нелинейных процессов по толщине пограничного слоя. Определена роль второй моды в нелинейных взаимодействиях приводящих к турбулентности течения в пограничном слое.

Применение биспектрального анализа к данным численного моделирования волновых процессов в гиперзвуковом ударном слое

Бунтин Д. А., Поплавская Т. В.

*Новосибирск, Институт теоретической и прикладной механики
им. С. А. Христиановича СО РАН, Новосибирский государственный
университет*

bountin@itam.nsc.ru

При движении летательного аппарата с высокой скоростью в верхних слоях атмосферы режим вязкого ударного слоя реализуется даже на значительном расстоянии от передних кромок. Вязкий ударный слой состоит из толстого пограничного слоя и тонкой зоны невязкого течения за головной ударной волной. Исследование развития возмущений и понимание механизмов неустойчивости вязкого ударного слоя является необходимым условием разработки эффективных методов управления ламинарно-турбулентным переходом при гиперзвуковом обтекании летательных аппаратов. Анализ ламинарно-турбулентного перехода в пограничном слое традиционно начинают с задачи восприимчивости, т. е. возбуждения волн неустойчивости.

В данной работе представляется исследование локализованной восприимчивости, т. е. исследование характеристик возмущений, генерируемых в гиперзвуковом ударном слое на пластине под углом атаки воздействием возмущений, вводимых в ударный слой локально с поверхности модели. Для обработки данных использовался биспектральный анализ, который впервые применен к данным численного моделирования.

Исследование физико-механических свойств легких бетонов, содержащих техногенное сырье

Буравчук Н. И., Гурьянова О. В., Огороков Е. П., Павлова Л. Н.

Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики

им. Воровича И. И. ЮФУ

burav@math.rsu.ru

Легкие бетоны представляют собой универсальный строительный материал (конструкционного, конструкционно-теплоизоляционного и теплоизоляционного назначения), позволяющий при его рациональном использовании решать многие актуальнейшие задачи современного строительства и одновременно — экологические, ресурсосберегающие и экономические проблемы за счет утилизации техногенных отходов. Прочность и наименьшая объемная масса легких бетонов зависят от прочности, объемной массы, зернового состава, формы и других характеристик пористых заполнителей. Из техногенных отходов наиболее пригодны для использования в качестве заполнителей в технологии легких бетонов породы шахтных отвалов и золошлаковые отходы. Опыт применения горелых пород в легких бетонах невелик. Наиболее известно применение при производстве легких бетонов зол и золошлаковых отходов.

Характерной особенностью зол, золошлаков и горелых пород является наличие пористости, что обусловлено спецификой их происхождения. Источником образования пор является дегидратация глинистых минералов и диссоциация частиц известняка, гипса в процессе высокотемпературного обжига при сжигании топлива в топках и самообжиге пород в отвалах. Наличием пористости с развитой поверхностью объясняется пониженная насыпная плотность заполнителей из такого техногенного сырья. По этому показателю заполнители из горелых пород шахтных отвалов и золошлаковых отходов сходны с искусственными пористыми заполнителями. Но в отличие от последних заполнители из шахтных пород и золошлаковых отходов имеют большую прочность, определяемую сдавливанием в цилиндре, и более низкие значения по водопоглощению. Благодаря жесткой структуре кристаллической решетки, микропоры в частицах заполнителя не могут переходить в открытые поры, и молекулы воды не проникают в пространство микропор; поэтому водопоглощение заполнителей из золошлаков и горелых пород невысокое. В таких заполнителях отсутствуют глинистые и илистые частицы, нет глины в комках, содержание зерен слабых пород не превышает допустимых пределов. У золошлаковых отходов присутствуют частицы шарообразной, остроугольной, нитеобразной формы и агрегированные, состоящие из нескольких зерен. Стекловидные частицы остроугольной формы встречаются гораздо реже. Крупные фракции золы содержат больше частиц неправильной угловатой формы, имеющих пористую структуру. В тонкодисперсных золах преобладают в основном частицы шарообразной формы, структура поверхности таких частиц остеклована и в составе бетонной смеси создается пластифицирующий эффект. Форма частиц заполнителей из горелых пород угловатая, неокатанная, поверхность шероховатая. Такая форма частиц способствует хорошему сцеплению с вяжущим заполнителем. Заполнители из техногенного сырья конкурентоспособны

в сравнении с керамзитом. Специфические свойства таких заполнителей при их использовании позволяют обеспечить требуемые физико-механические свойства легких бетонов при меньшем расходе цемента, керамзита и других искусственных пористых заполнителей.

Равновесное распределение компонент сплава GeSi в полупроводниковой пленке

Бычков А. А.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
az710@yandex.ru

Известно, что на границе раздела напыленной полупроводниковой GeSi пленки на Si подложке возникает деформация несовместности за счет различия постоянных решетки и подложки: для Si постоянная решетки $a = 0,5431$ нм. Одним из механизмов релаксации упругой энергии за счет уменьшения упругой энергии GeSi полупроводниковой пленки является неоднородное перераспределение атомов Ge и Si вблизи волнистой поверхности пленки, которые равномерно распределены в случае ее плоской поверхности. Атомы Ge «предпочитают» выступы пленки, а Si — впадины между ними. Расчеты в рамках плоской задачи дают 9% снижение средней плотности упругой энергии в пленке за счет механо-dиффузии в пленке.

Однако такой расчет не учитывал ряд факторов, влияющих на процесс формирования неоднородности состава пленки с волнистой свободной поверхностью: зависимости упругих модулей пленки от состава и собственную деформацию за счет разноразмерности атомов Si и Ge. Последнее обстоятельство учитывалось в более точном расчете, в котором получена связь между неоднородностью концентрации атомов Ge и деформацией. При этом предполагалось постоянство количества атомов Ge. В данном сообщении приведены результаты расчетов, продолжающие это исследование для полупроводниковой пленки с учетом упомянутых дополнений.

Итерационные процессы в обратных коэффициентных задачах

Ватульян А. О.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет; Владикавказ, Южный математический институт ВНИЦ РАН
vatulyan@aaanet.ru

Рассмотрены различные типы организации итерационных процессов в коэффициентных обратных задачах по определению функций — коэффициентов дифференциальных операторов в различных моделях механики. Проанализированы особенности реализации двух основных подходов построения решений в обратных задачах в зависимости от задаваемой информации. Первый основан на реализации метода Ньютона, вычислении производной по Фреше и решении стандартных некорректных задач — обращении линейного компактного оператора на

основе идей Тихонова. Второй опирается на исследование последовательности прямых задач с модифицированными граничными условиями и решение задачи Коши для оператора в частных производных первого порядка. Представлены экономичные конечномерные аппроксимации предложенных схем, основанные на слабой постановке, сочетании конечноэлементных аппроксимаций и методов регуляризации.

Работа выполнена при финансовой поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг., НК-527 и РФФИ (грант 10-01-00194-а).

О некоторых задачах идентификации предварительных напряжений

Ватульян А. О., Дударев В. В., Недин Р. Д., Саакян Я. Г.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

dudarev_vv@mail.ru

Задачи об идентификации предварительного напряженного состояния относятся к коэффициентным обратным задачам и имеют приложения в совершенствовании методик неразрушающего контроля в различных областях: горной механике и геофизике, биомеханике, идентификации сложных композиционных материалов, медицинской диагностике мягких тканей и определении уровня предварительных напряжений в аварийных конструкциях. Отметим, что одним из эффективных способов идентификации неоднородных предварительных напряжений является акустический метод. При этом главная трудность при исследовании возникающих коэффициентных обратных задач, которые являются нелинейными и некорректными, состоит в достаточно сложной процедуре построения операторных соотношений, связывающих искомые и измеряемые в ходе эксперимента функции.

В работе представлены различные постановки задач об идентификации существенно неоднородного предварительного напряженного состояния для различных канонических моделей в режиме установившихся колебаний (плоская деформация прямоугольного бруса, изгиб балки, осесимметричная деформация кольца). Изложены различные способы формирования итерационных процессов, основанные как на традиционной схеме типа Ньютона, так и на попеременном решении прямой задачи и задачи Коши для дифференциальных операторов первого или второго порядка. Приведены примеры реконструкции, обсуждены некоторые аспекты численной реализации.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 10-01-00194-а) и ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы, НК-527.

Дислокации в цилиндре с винтовой ромбоэдрической анизотропией

Ватульян К. А.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

vatulyan_karina@mail.ru

Рассмотрены задачи о винтовой дислокации и клиновой дисклинации для полого цилиндра с винтовой ромбоэдрической анизотропией. Обе задачи на сечении сводятся к системе дифференциальных уравнений первого порядка.

Проведено численное интегрирование полученных краевых задач для различных углов крутки винтовой линии и различных значений отношения внутреннего и внешнего радиусов цилиндра.

Построены графики напряжений в зависимости от τ (тангенса угла крутки) при фиксированном радиусе и наоборот, в зависимости от радиуса при фиксированном τ . Выявлены особенности структуры жесткостей.

Об идентификации свойств функционально-градиентных композитов

Вернигора Г. Д.*, **Еремеев В. А.** *****, **Соловьев А. Н.* ** *****

**Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет*

***Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН*

****Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

soloviev@math.rsu.ru

В работе рассмотрены вопросы моделирования композиционных материалов с функционально неоднородными свойствами в конечно-элементном пакете ACELAN. С этой целью разработан специальный модуль этого пакета. Разработаны конечно-элементные модели тонких плит и пористого материала с различными законами распределения пор по толщине плиты. На основе сочетания аналитических и конечно-элементных решений определены эффективные свойства плит в зависимости от вида неоднородности и процента пористости. Опираясь на результаты этого анализа, построены полиномиальные аппроксимации, описывающие некоторые классы низкопористых металлических пен.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (гранты 10-08-01296-а, 10-01-00194-а, 10-08-00093-а).

Анализ нелинейного поведения круглых мембран с произвольным профилем по радиусу

Гетман И. П.* , Карякин М. И.** , Устинов Ю. А.**

* *Лёрах, Германия, Эндресс+Хаузер ГмбХ*

** *Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*
ustinov@math.rsu.ru

В работе представлены уравнения для анализа нелинейного деформирования круглых мембран с произвольным профилем по радиусу. Исследована линейная задача, собственные значения которой определяют точки бифуркации исходных нелинейных уравнений. Установлено, что точки локальных максимума и минимума, если таковые существуют на диаграмме «давление–перемещение», в осесимметричном случае являются точками бифуркации. Разработан и реализован алгоритм, позволяющий определять критические точки, когда в результате ветвления появляется вторичное несимметричное решение и исследовать закритическое поведение мембраны. Для конкретной мембраны с относительно большим начальным прогибом за счет выбора формы профиля установлена возможность вместо прощелкивания (хлопка) мембраны реализовать плавный устойчивый переход из ближнего осесимметричного состояния в дальнейшее через этап неосесимметричного деформирования по форме, пропорциональной косинусу (синусу) угловой координаты.

Механические характеристики тонкостенных элементов, подверженных коррозионному износу при воздействии ультрафиолетового излучения

Гиниятуллин Р. Р.

*Казань, Институт механики и машиностроения
Казанского научного центра РАН*
true_way@mail.ru

Согласно электрохимической теории коррозионного износа в начальный период на поверхности металла, находящегося в агрессивной среде, образуется тонкая пленка — пассивирующий слой. Пассивирующий слой до достижения определенного потенциала предотвращает развитие коррозионного процесса. При достижении определенного потенциала пассивирующий слой разрушается и начинается коррозионный износ.

Возникает вопрос, влияет ли ультрафиолетовое излучение на разрушение или сохранение пассивирующего слоя и на коррозионный износ в целом? Известно, что ультрафиолетовое излучение — электромагнитное излучение, имеющее высокую химическую активность и большую проникающую способность.

Разработана установка, позволяющая проводить исследования образцов, находящихся в агрессивной среде и подвергающихся воздействию ультрафиолетового излучения. На разработанной установке был проведен ряд исследований. Образцы находились в 10% растворе соляной кислоты HCl в течение 1055 часов,

при этом один из образцов подвергался излучению ультрафиолетовыми лампами в течение 146 часов, а другой нет.

Для оценки степени коррозионного износа образцов определялись их механические характеристики с использованием экспериментально-теоретического подхода. Снимались показания прогиба вершины купола образцов для обоих образцов. По данным экспериментов строились графики зависимостей «давление-прогиб» для образцов, подвергавшихся и не подвергавшихся воздействию ультрафиолетового излучения. Анализ результатов показывает, что прогибы образцов, подвергавшихся воздействию ультрафиолетового излучения, меньше, чем у образцов, не подвергавшихся воздействию этого излучения, и ультрафиолетовое излучение в рассмотренном случае замедляет процесс коррозии, способствуя более длительному сохранению пассивирующего слоя.

Возбуждение и распространение волн Лэмба в слоистых упругих волноводах с поверхностными и внутренними неоднородностями

Глушков Е. В.*, Глушкова Н. В.*, Ламмеринг Р.**,
Еремин А. А.*, Нойманн М.**

*Краснодар, Кубанский государственный университет

**Гамбург, Германия, Университет Гельмута-Шмидта

eremin_a_87@mail.ru

Одним из перспективных подходов к решению задач неразрушающего контроля конструкций из слоистых упругих материалов является использование методов, основанных на применении упругих волн Лэмба. Они распространяются на большое расстояние от источника колебаний практически без затухания и взаимодействуют с неоднородностями любого вида, что позволяет судить о наличии и характере повреждений в исследуемой структуре. В качестве устройств, позволяющих возбуждать и улавливать волны Лэмба, в настоящее время широкое распространение получили пьезокерамические преобразователи. Их малая толщина и вес позволяют осуществить их монтаж на поверхность исследуемого образца, не нарушая его структуры и целостности. Кроме того, в качестве устройств, регистрирующих поверхностные упругие волны, хорошо зарекомендовали себя лазерные виброметры, использующие эффект Доплера.

В работе приводятся результаты теоретических и экспериментальных исследований распространения и дифракции волн Лэмба, возбуждаемых поверхностными пьезоактуаторами, в слоистых упругих материалах, содержащих трехмерные внутренние и поверхностные неоднородности. Задача определения неизвестного поля, отраженного препятствием, сводится к граничным интегральным уравнениям (ГИУ) с матричным ядром — слоистым элементом для рассматриваемого упругого волновода. В случае поверхностной неоднородности для решения ГИУ используется вариационно-разностный подход с осесимметричной сплайн-аппроксимацией неизвестной вектор-функции. Решение ГИУ для внутреннего препятствия строится с использованием техники метода граничных элементов. Сопоставление численных результатов с данными измерений показали высокую эффективность разработанных математических моделей.

Влияние пористости материалов на характеристики бегущих волн в слоистых волноводах

Глушков Е. В., Глушкова Н. В., Фоменко С. И.

Краснодар, Кубанский государственный университет
sfom@yandex.ru

Рассматриваются пористо-упругие флюидонасыщенные многослойные волноводы, движение частиц которых описываются уравнениями Био-Френкеля для двухфазных сред. Анализируется влияние пористой микроструктуры не только на вид дисперсионных кривых, но и на амплитудные характеристики возбуждаемых бегущих волн как в слоистых плоскопараллельных, так и в цилиндрических скважинных волноводах. Показано, что амплитуда дополнительных мод, возникающих из-за наличия микроструктуры, может быть существенно больше амплитуды основных мод, которые присутствуют в волноводе с чисто упругими (однофазными) слоями.

Частные решения стационарной задачи протекания идеальной жидкости

Говорухин В. Н.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
vgov@math.rsu.ru

В докладе приведены примеры аналитических и численных решений стационарной задачи протекания идеальной жидкости сквозь прямоугольный канал с граничными условиями Юдовича. Найдены стационарные течения с различным числом застойных зон и различной функциональной зависимостью завихренности от функции тока. Проведено численное исследование их устойчивости.

Особенности контактного взаимодействия элементов составных термонагруженных конструкций

Головин Н. Н., Кувыркин Г. Н.

Москва, Московский государственный технический университет
им. Н. Э Баумана
fn2@bmstu.ru, mes51@m1.sm.bmstu.ru

Изложены результаты решения ряда задач контактного взаимодействия элементов конструкций, выполненных из композитных материалов при термосиловом нагружении.

Пружинные граничные условия и моделирование распространения упругих волн в поврежденных слоистых композитах

Голуб М. В.*, Боstrём А.**

**Краснодар, Кубанский государственный университет*

***Гётеборг, Швеция, Технологический университет Чалмерса*

m_golub@inbox.ru

Изучается возможность применения пружинных граничных условий для описания распространения упругих волн в слоистых композитах с неидеальным контактом компонент или при наличии групп микродефектов на интерфейсе. Поврежденная зона моделируется с помощью пружинных граничных условий, связывающих перемещения и напряжения по разные стороны от поврежденной области. Жесткости в пружинных граничных условиях определяются трещиноватостью (поврежденностью или концентрацией дефектов), характерным размером микродефектов и упругими свойствами окружающих их материалов. При выводе значений эффективных параметров (жесткостей) применяются подходы Баика-Томпсона и Боstrёма-Викхема, а также интегральные представления для волновых полей. Выводятся компоненты матриц жесткости из рассмотрения падающей под произвольным углом к интерфейсу плоской волны в антиплоском случае, и под прямым углом в плоском случае. Обсуждается эффективность полученной модели, а также возможность использования полученных результатов в трехмерном случае.

О моделировании процессов химико–механического полирования

Гольдштейн Р. В., Осипенко Н. М.

Москва, Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлминского РАН

osipnm@mail.ru

Предложена модель процесса ХМП, в рамках которой получена зависимость скорости полирования от приложенной нагрузки, обобщающая эмпирический закон Престона. Развита подходы к задаче с учетом комплекса рассматриваемых явлений различного масштаба, определяющих в совокупности скорость процесса полирования, таких как механическое давление, диффузия активной рабочей жидкости в поверхностный слой, ограничение экспозиции химической обработки механически нагруженным шероховатым полировальником.

Износоконтактные задачи для неоднородных тел

Горячева И. Г.

Москва, Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН

goryache@ipmnet.ru

Изнашивание есть удаление материала с поверхности трения вследствие ее разрушения, проявляющееся в постепенном изменении формы и размеров взаимодействующих тел. При изнашивании наиболее интенсивному разрушению подвергается менее прочная (как правило, более мягкая) структура. Изнашивание композиционных и неоднородных материалов, а также материалов, поверхность которых подвергнута локальному упрочнению, происходит неравномерно, вследствие чего их первоначально плоская рабочая поверхность становится волнистой.

Построена математическая модель для анализа формоизменения неоднородного упругого полупространства с периодической структурой в условиях трения скольжения. Периодическая структура создана при помощи локального упрочнения поверхности материала, который после упрочнения обладает переменным по поверхности коэффициентом износостойкости. Результаты исследования модели показывают, что на поверхности возникает эксплуатационная волнистость, параметры которой зависят от коэффициентов износа упрочненной и не упрочненной зон и их характерных размеров.

Даны постановка и решение задачи о формоизменении при изнашивании неоднородного материала в контакте с вязкоупругим телом. Установлено, что вязкоупругие свойства оказывают существенное влияние на формирование рельефа поверхности неоднородных материалов при изнашивании, причем изношенная форма поверхности зависит от скорости скольжения и в определенном интервале скоростей является несимметричной.

Рассмотрена также задача об изнашивании тонкого упругого покрытия, нанесенного на поверхность упругого тела, обладающего регулярным рельефом. Вследствие неоднородности толщины покрытия происходит перераспределение контактных давлений и неравномерное изнашивание поверхности. Изучена кинетика изменения контактного давления и формы поверхности композиционного материала в процессе изнашивания.

Результаты, полученные при моделировании, позволяют при некоторых условиях трения повысить триботехнические свойства сопряжений, а именно получить желаемый рельеф обрабатываемой поверхности, оптимизировать свойства поверхностных слоев; обеспечить создание своеобразных карманов на поверхности трения, повышающих ее маслоемкость и ограничивающих присутствие продуктов изнашивания в зоне трения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты №№ 09-08-01229-а, 10-08-90047 Бел_а).

Сезонный мониторинг параметров внутренних волн в районах добычи и транспортировки углеводородов

Григоренко К. С.* , Матишов Д. Г.* **, Соловьева А. А.* ,
Хартиев С. М.* **

**Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

***Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН*

microsol@km.ru

В работе представлены методы и их программные реализации определения «on-line» средних плотности и скорости звука на основе гидрологических данных, измеренных в выбранном районе шельфовой зоны, и вычисления по этим данным характеристик свободных и вынужденных внутренних волн. Программные реализации предложенных подходов осуществлены в MatLab, Maple, а также на основе метода конечных элементов. Проведены расчеты для акваторий Баренцова и Охотского морей с учетом сезонных изменений стратификации плотности.

Об определении неоднородных характеристик стержней

Денина О. В.

Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН

olga_rostov1983@mail.ru

Рассмотрена обратная задача о восстановлении трех неоднородных характеристик стержня: модуля Юнга, модуля сдвига и плотности по амплитудно-частотным характеристикам при совместном анализе продольных, изгибных и крутильных колебаний стержня. На основе аппарата интегральных уравнений Фредгольма 1-го и 2-го рода были построены итерационные процессы для идентификации неизвестных характеристик, позволяющие осуществить расщепление исходной обратной задачи на последовательность задач двух типов — решение прямой задачи с переменными коэффициентами и определение поправок на основе решения стандартной некорректной задачи — обращения интегрального уравнения Фредгольма 1-го рода с гладким ядром. Выход из построенных процессов производился, когда значение функционала невязки становилось меньше погрешности входных измерений. Начальное приближение было найдено в классе линейных функций из условия минимума функционала невязки на компактном множестве. Предложенный подход показал свою работоспособность в достаточно представительной серии вычислительных экспериментов при восстановлении гладких неоднородностей (для полиномиальных (монотонных и немонотонных), тригонометрических, показательных функций с большим градиентом).

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 10-01-00194-а) и ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы, НК-527.

Равновесие нелинейно упругой пластинки с распределёнными дислокациями и дисклинациями

Дерезин С. В., Зубов Л. М.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
svd@hrz.tu-chemnitz.de

В рамках общей нелинейной теории оболочек типа Кирхгофа-Лява рассматривается задача сильного изгиба упругой пластинки, содержащей в плоском состоянии непрерывно распределённые поля краевых дислокаций и клиновых дисклинаций, а также другие источники собственных (внутренних) напряжений. В отличие от модели пластинок Кармана деформации в плоском напряжённом состоянии не считаются малыми. Выведена система нелинейных уравнений, содержащая в качестве неизвестных функций нормальный прогиб пластинки и коэффициенты первой квадратичной формы деформированной срединной поверхности пластинки. Кроме уравнений равновесия, выражающих баланс сил и моментов для любой части пластинки, данная система включает нелинейное условие совместности метрических деформаций, содержащее плотности дислокаций и дисклинаций. Полученная система уравнений описывает, в частности, изгиб пластинки при отсутствии внешних нагрузок за счёт релаксации внутренних напряжений, обуславливающих плоское напряжённое состояние. В случае весьма тонкой пластинки (мембраны), не сопротивляющейся изгибу, и положительной плотности дисклинаций доказано существование, наряду с плоским напряжённым состоянием, также и изогнутой формы равновесия, переходя в которую мембрана полностью освобождается от внутренних напряжений.

Работа выполнена при финансовой поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы, НК-527.

Моделирование локализации деформации в поликристаллах методом элементов релаксации

Дерюгин Е. Е.

Томск, Институт физики прочности и материаловедения СО РАН
dee@ispms.tsc.ru

Приведены результаты моделирования начальной стадии макропластического течения поликристалла на основе метода элементов релаксации. Дан анализ влияния различных граничных условий нагружения на характер формирования полос локализованного сдвига.

Использование метода обобщенного годографа в исследовании математической модели электрофореза

Елаева М. С.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
mselaeva@gmail.com

Показана возможность применения обобщенного метода годографа к построению решения задачи о разделении двухкомпонентной смеси веществ методом зонального электрофореза в предположении, что проводимость смеси зависит от концентрации компонент. Бездиффузионное приближение этой задачи представляет собой аналог задачи Римана о распаде начального разрыва. Сглаживая начальные разрывы при помощи бесконечно дифференцируемых функций, можно построить решение методом обобщенного годографа.

Работа выполнена при поддержке Федерального агентства по науке и инновациям Российской Федерации (госконтракт № 02.740.11.5189)

Разработка концепции раннего диагноза конструкций на основе анализа внутренней напряженности с помощью сегнетоэлектрических датчиков деформации

Есипов Ю. В., Мухортов В. М., Пойда И. И.

Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН
yu-yesipov5@yandex.ru

Задача поиска, экспериментального обоснования и построения количественного показателя для раннего диагноза сложных конструкций формулируется как последовательность решения следующих задач. 1) Установить, существует ли количественный показатель, описывающий поведение конструкции? 2) Выявить пределы достоверности и полноты такого показателя выбранному определяющему свойству сложной системы. 3) Обосновать возможность использования показателя для слежения за эволюцией сложной системы вплоть до «катастрофических» изменений. При этом предпосылками «катастрофических» изменений рассматриваются: а) резкое изменение внешних факторов на фоне естественной цикличности; б) резкое нарушение внутренних связей в системе (конструкции); в) другие нештатные факторы и условия, нарушающие «гомеостаз» сложной системы.

В качестве определяющего свойства и (или) параметра сложной механической системы была выбрана «внутренняя напряженность» как характеристика силового поля цельной конструкции. Для анализа внутреннего силового поля (напряженности) конструкции проводилась экспериментальная регистрация как её естественного (эксплуатационного), так и тестового деформационного поведения на основе точно и поверхностно установленных акселерометров и датчиков деформации. Причем сертифицированные акселерометры использовались, как для сравнительного анализа результатов регистрации деформации конструкции

с помощью сегнетоэлектрических датчиков, так и для изучения пределов возможностей применяемых измерительных средств. В качестве модели сложной конструкции была использована металлическая цельносварная стержневая периодическая семипролетная конструкция. В качестве моделей элементов конструкции были изготовлены и испытаны как цельно вырезанные, так и сварные плоские треугольные и квадратные стержневые элементы.

В рамках решения поставленных задач были разработаны способ и устройство для серийного ударного тестирования стержневых конструкций с использованием сегнетоэлектрических микродатчиков, и экспериментально получены качественные признаки в виде областей Фурье-образа деформационных откликов моделей элементов и сложной конструкции в целом. На примере двух разновидностей плоских цельно вырезанных и сварных образцов были разработаны экспериментальные методики а) снятия напряжения и б) серийного тестирования и дискретного изменения возбуждения.

При серийном ударном тестировании сварной модели конструкции и моделей треугольных элементов были получены линейные и нелинейные области Фурье-образов деформационных откликов. После снятия способом термической разгрузки напряженного состояния в треугольных элементах в Фурье-образе их деформационных откликов наблюдались только линейные области со сдвигом частоты пика до 1.8 Гц. Было установлено, что наличие нелинейной области в Фурье-образе серийных деформационных откликов является одним из признаков нахождения конструкции и (или) элемента в напряженном состоянии. Кроме того, экспериментально подтверждено ранее сформулированное предположение о том, что одной из причин происхождения области нелинейности в сложной конструкции является напряженное состояние, сформированное в процессе её изготовления.

Термоупругие волны в телах микронных размеров

Жигалин А. Г.

Самара, Самарский государственный университет

AZhigalin@mail.ru

Получено замкнутое решение связанной задачи термоупругости для конечного цилиндра и шара с неравномерным начальным нагревом. Уравнение баланса тепла сформулировано на основе закона теплопроводности Фурье. Решение строится в классе функций, интегрируемых с квадратом, в форме разложения по полной биортогональной системе. Элементы этой системы получают как собственные функции пары взаимно сопряженных дифференциальных операторов, порожденных рассматриваемой начально-краевой задачей. Координатные функции разложения определяются независимо друг от друга из решения соответствующих задач Коши.

Выделены краевые условия и симметрии, при которых собственные значения операторного пучка могут быть выражены через нули тригонометрических и цилиндрических функций, что позволяет получать решения с любой заранее

заданной точностью. Приведены характерные размеры тел, при которых распределение температуры существенно зависит от взаимного влияния механических и тепловых полей.

Структура вращательного ЭГД-течения в квазидвумерных областях

Жуков М. Ю., Ширяева Е. В.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
zhuk@math.rsu.ru

Аналитическими и численными методами исследована структура вращательного электрогидродинамического течения, возникающего в квазидвумерных областях (например, жидких пленках) в результате воздействия на них электрических полей. Получены различные характеристики, определяющие вращение жидкости в целом — средняя завихренность, средняя скорость твердотельного вращения, средняя скорость вращения пассивных маркеров и т. д. Помимо общих моделей течения предложены и исследованы упрощенные модели.

Работа поддержана грантами АВЦП 2.1.1/6095 и 2.1.1/554 и РФФИ 10-01-00452, 08-01-00895, 10-05-00646, CRDF-РФФИ 09-01-92504-ИК, и грантом Федерального агентства по науке и инновациям РФ (госконтракт № 02.740.11.5189).

Взаимосвязи основных факторов контактных задач в машиностроении и их артефакты

Журавлев Г. А.

Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики
им. Воровича И. И. ЮФУ
zhuravl@math.rsu.ru

Одним из главных показателей достоверности научного результата, как известно, является отсутствие его артефактов. Здесь поставлена задача дать сравнительную оценку теории и практики расчетов контактных и трибоконттактных узлов машин с позиций анализа их артефактов.

На примере эвольвентной зубчатой передачи рассмотрены три концепции контактных расчетов. Все традиционные физические основы развития силовых зубчатых зацеплений исходят из одной и той же линейной взаимосвязи таких основных факторов контакта как допускаемая сила сжатия и приведенный радиус кривизны контактирующих тел, но дают принципиально разные выводы о влиянии угла зацепления на несущую способность эвольвентной передачи: об отсутствии такого влияния и вообще каких-либо резервов совершенствования плоских систем зацепления (Е. Buckingham — Ю. Н. Будыка — М. Л. Новиков) и о наличии резервов развития плоских систем зацепления благодаря учету особой роли гидродинамических факторов (G. Niemann — Н. Richter — Э. Б. Вулгаков). Анализ показал, что совершенно все накопленные в мировой литературе результаты экспериментальных исследований эвольвентных передач оказываются (с

позиций тех или иных традиционных физических основ) артефактами, при этом результаты на тяжело нагруженных и/или высокоскоростных (наиболее соответствующих современному машиностроению) эвольвентных передачах являются артефактами именно для физических основ E. Buckingham — Ю. Н. Бudyки — М. Л. Новикова.

В то же время выявленные автором эффекты кривизны контакта (эффекты большего, относительно классических решений плоских и пространственных контактных задач Герца, тепловых задач Блока и Коулмена, влияния кривизн упругих элементов контактных и трибоконтактных узлов машин на несущую способность их контакта) универсально подтверждаются экспериментами и практикой зубчатых передач, не имеют артефактов.

Для доказательства этого положения рассмотрены различные экспериментальные данные, в том числе — представленные в литературе результаты исследования (с использованием метода конечных элементов) модели контакта зубьев эвольвентной передачи (упругих цилиндров с пересекающимися осями), которые трактуются их авторами как подтверждение теории (E. Buckingham — Ю. Н. Бudyка — М. Л. Новиков) об отсутствии каких-либо резервов совершенствования плоских систем зацепления. Нами показано, что на самом деле эти результаты не только не дают оснований для такого вывода, а, наоборот, являются очередными артефактами совершенно всех традиционных физических основ. В то же время они стали дополнительным подтверждением достоверности эффектов кривизны контакта и отсутствию их артефактов.

Традиционные взаимосвязи основных факторов контакта и вытекающие из них физические основы взаимопротиворечивы, не подтверждены достоверной экспериментальной оценкой, имеют серьезные артефакты и не доказаны практикой, то есть фактически не представляют собой основы рационального развития зубчатых зацеплений, являются тормозом дальнейшего прогресса теории и практики передач зацеплением.

Применение в теории и практике машиностроения взаимосвязей основных факторов, вытекающих из эффектов кривизны контакта, позволяет существенно уточнить расчеты контактных и трибоконтактных узлов машин. Например, это уже привело к кардинальному совершенствованию традиционных зацеплений (эвольвентного, Новикова), созданию новых (повышенной конкурентоспособности) систем (плоских и пространственных, полюсных и внеполюсных) зацеплений (Журавлев Г. А. Зубчатая передача: Евразийский патент № 011706, 2009.04.28), позволило повысить конструктивную гибкость зубчатых узлов вплоть до реализации высоконагруженных малогабаритных узковенцовых передач без осевого компонента усилий со сколь угодно малым числом зубьев одного из парных колес (вплоть до 1) и с большим (недостижимым для традиционных систем зацепления) передаточным отношением одной ступени.

Гравитационные магнитогидродинамические волны при наличии вертикальной компоненты магнитного поля

Задорожный А. И.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

simon@rsu.ru

Анализ не столь уж многочисленных работ по теории волн в слое тяжелой однородной несжимаемой электропроводящей жидкости показывает наличие решенных задач только для случая наложения стационарного горизонтального магнитного поля (МП), параллельного границам раздела сред «жидкость–вакуум», «жидкость–твердый диэлектрик». Между тем присутствие вертикальной, т.е. ортогональной границам раздела, компоненты указанного МП существенно меняет модовый состав волн. Об этом свидетельствует, например, магнитоупругий аналог, изложенный в монографии Бардзокаса, Кудрявцева, Сеника (2003).

Итак, рассматривается безграничный слой тяжелой однородной идеальной или вязкой несжимаемой жидкости постоянной глубины, ограниченный снизу абсолютно твердым идеальным диэлектриком, а сверху вакуумом. Электрическая проводимость жидкой среды полагается равной бесконечности (магнитная вязкость нулевой). На систему наложено стационарное МП постоянной напряженности $\vec{H}^0 = (H_x^0, 0, H_z^0)$. В соответствии с магнитогидродинамическим приближением магнитные проницаемости вакуума, среды и диэлектрика считаются равными. Задача решается в плоской постановке. Записанная в безразмерных переменных система уравнений (импульсов, неразрывности, индукции, отсутствия магнитных зарядов) имеет вид

$$\frac{\partial V_j}{\partial t} = -\frac{\partial P^*}{\partial x_j} + \sum_{l=1}^2 A_l \frac{\partial h_j}{\partial x_l} + \frac{1}{R_g} \sum_{l=1}^2 \frac{\partial^2 V_j}{\partial x_l^2}, \quad j = 1, 2, \quad \sum_{j=1}^2 \frac{\partial V_j}{\partial x_j} = 0;$$

$$\frac{\partial h_j}{\partial t} = -\sum_{l=1}^2 \alpha_l \frac{\partial V_j}{\partial x_l}, \quad j = 1, 2, \quad \sum_{j=1}^2 \frac{\partial h_j}{\partial x_j} = 0,$$

где $x_1 \equiv x, x_2 \equiv z, V_{1,2} \equiv V_{x,z}$ - компоненты вектора скорости, $h_{1,2} \equiv h_{x,z}$ - компоненты вектора напряженности МП, индуцированного движением жидкости; $P^* = P - P_a - z - 0.5A_0^2 - \sum_{j=1}^2 A_j h_j, P, P_a$ - гидромеханическое и «атмосферное» давления, соответственно, A_j - «горизонтальное» и «вертикальное» числа Альфвена $\alpha_j = H_j^0/H^0, R_g$ - гидродинамическое число Рейнольдса. В вакууме и диэлектрике выписываются уравнения Максвелла без сторонних токов и тока смещения.

Далее рассматриваются спектральные задачи о собственных колебаниях. На границах раздела выполняются стандартные для механики сплошных сред условия сопряжения, т. е. решаются связанные (самоогласованные) задачи.

Устойчивость турбулентного слоя жидкости, увлекаемого турбулентным потоком газа

Зайцева А. В.

Краснодар, Кубанский государственный университет
zav_mf@mail.ru

Рассматривается задача движения и устойчивости турбулентного горизонтального слоя, увлекаемого турбулентным потоком газа. Такие задачи возникают при совместном движении газа и конденсата в газопроводах, где неустойчивость определяет начало пробкового режима. Для описания тензора турбулентных напряжений применялась гипотеза Буссинеска в комбинации с соотношением Ван-Дрифта для длины смешения. Найдено решение для безволнового плоскопараллельного течения. Исследуется устойчивость этого течения к малым синусоидальным возмущениям. Применяется метод Галеркина; собственные функции задачи раскладываются по полной системе базисных полиномов, как в газовой фазе, так и в жидкой; к полученным соотношениям проекций добавляются дополнительные соотношения на границе раздела фаз и жесткой границе. Полученная в итоге алгебраическая задача на собственные значения решается с помощью QR-алгоритма. Резкое изменение профиля скоростей в окрестностях жесткой границы и границы раздела фаз приводят к необходимости применения большого числа базисных функций ($N = 500-700$). Впервые получено согласование теоретических и экспериментальных параметров потери устойчивости в такого рода задачах.

Об осредненных уравнениях конвекции и некоторых вибрационных эффектах

Зеньковская С. М.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
zenkov@math.rsu.ru

В докладе предполагается дать обзор основных результатов по исследованию вибрационной конвекции. Это направление в теории конвективной устойчивости возникло после выхода работы И. Б. Симоненко и С. М. Зеньковской «О влиянии вибрации высокой частоты на возникновение конвекции», МЖГ, 1966, №5, 51-55.

В ней с применением метода осреднения Крылова-Боголюбова было рассмотрено влияние высокочастотных вертикальных колебаний на возникновение конвекции изотермически несжимаемой жидкости. Было показано стабилизирующее действие вертикальной вибрации, а также введен безразмерный вибрационный параметр, не зависящий от силы тяжести, который может характеризовать конвекцию в невесомости. В этой работе была предложена процедура вывода осредненных уравнений, основанная на разделении движений на быстрые и медленные составляющие. В дальнейшем этот подход был применен при исследовании различных задач вибрационной конвекции. Получен ряд вибрационных

эффектов, которые были использованы при планировании космических экспериментов. Наряду с приложениями, эта тематика стала предметом математических исследований по методу осреднения.

Вибрационная конвекция в слое бинарной смеси с учетом эффекта Соре

Зеньковская С. М., Прозоров О. А., Шлейкель А. Л.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

zenkov@math.rsu.ru

Исследована конвекция Рэлея–Марангони в горизонтальном слое бинарной смеси при действии высокочастотной вибрации произвольного направления. Слой заполнен вязкой несжимаемой жидкостью и ограничен свободной деформируемой поверхностью и твердой стенкой. Учтено влияние термодиффузии на порог неустойчивости. Исследование проводится на основе анализа осредненной задачи. Найдено квазиравновесное решение и изучается его устойчивость с помощью решения соответствующей спектральной задачи. Применяются численные и асимптотические методы. Основное внимание уделяется исследованию колебательной неустойчивости. Построена длинноволновая асимптотика критических значений параметров и частоты нейтральных возмущений. Приведены нейтральные кривые монотонной и колебательной неустойчивости. Исследована возможность управления началом конвекции с помощью вибрации и термодиффузии.

К определению усталостной прочности армированных композитов в ANSYS WORKBENCH

Зиборов Е. Н.* , Напрасников В. В. , Соловьев А. Н.* *** **** ,
Шевцов С. Н.* *** ******

**Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет*

***Минск, Белорусский национальный технический университет*

****Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

*****Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН*

soloviev@math.rsu.ru

Проблема прогноза ресурса несущих полимеркомпозитных конструкций в вертолетостроении имеет большое практическое значение, но далека от своего решения. Изменение прочностных и жесткостных характеристик этих элементов связано с несколькими факторами, среди которых циклические нагрузки, воздействие окружающей среды и др. Современные конечно-элементные пакеты предоставляют возможность проведения расчетов на усталостную прочность конструкций. При этом усталостные свойства материалов, их составляющих, должны быть известны. Однако по компонентам композитов это требование не всегда выполнено.

В работе рассматривается композиционный материал, усиленный однонаправленными нитями, и проводятся расчеты на усталостную прочность в ANSYS WORKBENCH, с помощью выделения представительного объема материала. Проведены две серии расчетов; первая для модельного материала, вторая для полимеркомпозита, полученного термическим отверждением эпоксидного связующего усиленного стекловолокном. Диапазон напряжений выбран с учетом характерных нагрузок на лонжерон лопасти несущего винта вертолета. Получены зависимости числа циклов безотказной работы от интенсивности нагрузки.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (гранты 10-08-01296-а, 10-01-00194-а, 10-08-00093-а).

Гидродинамическая модель движения внутриглазной жидкости,

Зимин Б. А.*, **Бауэр С. М.***, **Шелепин Ю. Е.****,
Вовненко Н. В.*, **Лахман К. О.***

* *Санкт-Петербург, Санкт-Петербургский государственный университет*

** *Санкт-Петербург, Институт физиологии им. И. П. Павлова РАН*

vovnenko@list.ru

В работе рассматривается многослойная оболочка глаза, заполненная средой из нескольких компонентов, которая вращается в жидкости под воздействием крутящих моментов, создаваемых тремя парами прикрепленных к главному яблоку мышц. Центр вращения глазного яблока остается неподвижным и в норме находится в среднем на расстоянии 13,5 мм от вершины роговицы. Движение глаз при смене точек фиксации во фронтальной плоскости совершаются скачком. Отклонение от точки фиксации равно $5 - 6'$. Траектории движения правого и левого глаза при фиксации неподвижной точки различны. При неточном скачке глаз совершает дополнительный «доскок».

Допуская, что внутриглазная жидкость является идеальной несжимаемой и однородной, рассматривается классическая задача о вихревом движении такой жидкости внутри глазного яблока. В предлагаемой модели рассматривается частный вид движения жидкости — однородное вихревое движение, при котором $\text{rot } \bar{v} = \text{const}$ (\bar{v} — скорость жидкости). Методом Галеркина уравнение движения жидкости трансформируется в уравнение Эйлера для движения твердого тела с неподвижной точкой. Как известно, данное уравнение имеет два квадратичных интеграла движения, которыми можно, например, характеризовать процесс чтения. Обладая экспериментальными данными о зависимости угловой скорости движения глаза от времени в процессе различных тестов (при чтении, рассматривании картин и устремлении взглядов в одну точку) можно оценивать динамическую составляющую внутриглазного давления в этом процессе. Для проведения исследований использована система «Jazz Novo Standard».

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант №09-01-00140а.

Дисперсионный анализ в слабо связанных системах динамической термоупругости

Зимин Б. А., Судьенков Ю. В., Вовненко Н. В.

Санкт-Петербург, Санкт-Петербургский государственный университет
vovnenko@list.ru

В системе уравнений динамической термоупругости выделяются две квази-независимые подсистемы — упругая и тепловая. Дается их описание в терминах дисперсионных функций. Показано, что у системы имеется точка резонанса, определяемая совместным решением соответствующих дисперсионных уравнений. Только в этой точке резонанса возможно совместное решение системы независимых уравнений динамической несвязанной термоупругости. Показано, что при малом коэффициенте связанности в решении дисперсионного уравнения появляется комплексная составляющая частоты, которая описывает диссипацию в среде.

Анализ динамики и прочности трансформируемых космических конструкций ферменного типа

Зимин В. Н.

Москва, Московский государственный технический университет
им. Н. Э Баумана
sm11@sm.bmstu.ru

Проблема создания навесных систем специального функционального назначения с габаритами, превышающими размеры космических аппаратов, сводится к разработке трансформируемых конструкций, удовлетворяющих таким противоречивым требованиям, как минимальные вес и объем в сложенном транспортном состоянии, высокая надежность раскрытия из транспортного состояния в рабочее положение и функционирования на орбите, максимальная площадь рабочей поверхности в раскрытом состоянии, стабильные эксплуатационные характеристики в условиях действия нагрузок. Работоспособность таких конструкций определяется главным образом тем, насколько велики возникающие в них усилия при разворачивании, поэтому обеспечение их надежного раскрытия связано с решением сложных задач механики. Расчет на прочность часто оказывается единственной возможностью оценки поведения таких конструкций на орбите. Рассмотрен алгоритм расчета на прочность трансформируемой космической конструкции ферменного типа. Приведен пример численного расчета раскрывающегося на орбите крупногабаритного трансформируемого рефлектора антенны космического аппарата.

Универсальные решения для изотропных несжимаемых микрополярных тел

Зубов Л. М.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
zubovl@yandex.ru

Найдены семейства конечных деформаций, удовлетворяющие уравнениям равновесия при отсутствии массовых нагрузок для любых изотропных несжимаемых микрополярных материалов. Установлено, что набор универсальных решений микрополярной упругости значительно превышает множество универсальных деформаций классической теории упругости неполярных материалов.

Работа выполнена при финансовой поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы, НК-527.

Феноменологический подход к моделированию изнашивания при трении

Иваночкин П. Г.*, Иваночкина Т. А.**

**Ростов-на-Дону, Ростовский государственный университет путей
сообщения*

***Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет*
Ivanochkin_p_g@mail.ru

Основываясь на представлениях о процессах, приводящих к поверхностному разрушению твердых тел при трении, предложена модель изнашивания в виде системы нелинейных эволюционных уравнений, в которой эволюция системы представляется параметром порядка, сопряженным ему полем и управляющим параметром. Эти параметры связаны с кинематикой узла трения и физико-механическими свойствами материала: вязкостью разрушения, адгезионными свойствами материала, коэффициентом дилатансии и др. С использованием показателей Ляпунова для аттрактора системы, показано, что существуют три существенно различных режима изнашивания. В рамках предложенной модели хорошо объясняются многие экспериментально наблюдаемые факты: скачкообразное изменение видов изнашивания; высокая чувствительность к изменению начальных условий, имеющая место в ряде случаев; периодический характер изнашивания; наличие колебательных процессов с широким диапазоном частот.

Пространственное течение идеальнопластического слоя, сжатого жесткими шероховатыми плитами

Ивлев Д. Д.

Чебоксары, Чувашский государственный педагогический университет
ivlev21@mail.ru

Исследуется проблема пространственного течения идеально пластического слоя, сжатого жесткими шероховатыми плитами.

Моделирование поверхностных волн на границе пороупругого полупространства

Игумнов Л. А., Карелин И. С.

Нижний Новгород, НИИ механики Нижегородского университета
им. Н. И. Лобачевского
igumnov@mech.unn.ru

Рассмотрена полная модель пористой среды с двухфазной внутренней структурой, предложенная Био. Для решения краевых задач трехмерной динамической теории пороупругости используется новая система граничных интегральных уравнений (ГИУ). С использованием метода квадратур сверток построены гранично-элементные схемы дискретного решения соответствующих ГИУ. Сформулированный подход позволяет решать краевые задачи во времени через шаговые схемы. Граница тела аппроксимируется совокупностью четырехугольных и треугольных восьмиузловых биквадратичных элементов, при этом треугольные элементы рассматриваются как вырожденные четырехугольные элементы. Для аппроксимации граничных перемещений применяются билинейные элементы, а для аппроксимации поверхностных сил — постоянные элементы. Дискретный аналог ГИУ строится методом коллокаций. За узлы коллокации выбираются узлы аппроксимации исходных граничных функций. При вычислении коэффициентов дискретных аналогов используется прием устранения особенности подынтегральных выражений. Численное интегрирование построено на основе квадратурных формул Гаусса. Приведен пример численного исследования волны Рэлея на пороупругом полупространстве.

Численное моделирование матриц Грина теории упругости и электроупругости

Игумнов Л. А., Литвинчук С. Ю., Петров А. Н.

*Нижегородский университет, НИИ механики Нижегородского университета
им. Н. И. Лобачевского
igumnov@mech.unn.ru*

На основе единой формализации для матриц Грина трехмерных теорий анизотропной упругости и электроупругости представлены два метода построения матриц Грина. Спецификой первого метода является получение матриц Грина в виде интегрального представления, а спецификой второго метода — в виде аналитической формулы. Дискретное построение матриц Грина ориентировано на использование процедуры интерполяции, что эффективно для гранично-элементного моделирования. Представленные подходы к построению матриц Грина позволяют получать значения необходимых компонент с высокой точностью. Для конкретных свойств материала представлен вид компонент анизотропных и электроупругих матриц Грина в виде поверхностей, что позволяет выявить специфику их поведения при организации поэлементного численного интегрирования для получения коэффициентов дискретного аналога гранично-интегрального уравнения. Даны сравнения с результатами других авторов.

Дифференциальный подход к решению задачи ориентации

Илюхин А. А.

*Таганрог, Таганрогский государственный педагогический институт
aleilyukhin@yandex.ru*

Для определения углового положения твердого тела существуют различные параметры, вычисление которых требует построения решений различной степени трудности, в том числе при численном построении решений требуются определенные временные затраты. Интегрирование дифференциальных уравнений в качестве этапа определения углового положения твердого тела может не соответствовать требуемой степени быстродействия. В докладе предложен метод решения задачи, не требующий интегрирования уравнений движения тела.

Асимптотический подход к построению несимметричной теории упругости удлиненных тел

Илюхин А. А.

*Таганрог, Таганрогский государственный педагогический институт
aleilyukhin@yandex.ru*

В уравнениях и граничных условиях введен малый параметр, характеризующий относительный поперечный размер тела. Решение граничной задачи для

уравнений теории упругости отыскивается в виде рядов по малому параметру. Получена последовательность граничных задач для каждого из приближений. Для первых двух приближений построено расщепление на корректные одномерные и двумерные задачи. На основе вариационного принципа Ху-Васидзу получена система замыкающих соотношений.

Особенности локализации волновых процессов на протяженных деформируемых включениях

Индейцев Д. А., Мочалова Ю. А.

Санкт-Петербург, Институт проблем машиноведения РАН
mcc.conf@gmail.com

Хорошо известные резонансы и связанные с ними локализация энергии в районе динамических включений, найденные И. И. Воровичем и В. В. Бабешко, в основном определялись особенностью контактного взаимодействия волноводов с недеформируемыми включениями, а именно жесткими штампами. В настоящей работе приведены условия формирования локализованных мод колебаний в струне и балке Бернулли-Эйлера на упругих основаниях, имеющих упругодеформируемые включения, а также особенности их контактного взаимодействия с тяжелой сжимаемой жидкостью.

Алгоритмы экспериментально-теоретического оценивания характеристик некоторых полимерных материалов

Кабельков А. Н., Казначеева О. К.

*Новочеркасск, Южно-российский государственный
технический университет (НПИ)*
mcc.conf@gmail.com

Значения физико-механических характеристик в конструкциях из материалов, полученных прессованием, литьем либо намоткой, в значительной степени отличаются от соответствующих параметров, найденных путем испытания образцов. Предлагается методика определения свойств материалов, в том числе композитных, непосредственно на изделиях. Новизна подхода состоит в том, что рассматривается совместная математическая модель конструкции и системы измерения, регистрирующей деформации реальной конструкции при заданных нагрузках и граничных условиях. Разыскиваются значения упругих характеристик, доставляющих минимум квадратичному критерию качества — суммарной оценке рассогласований расчетных и экспериментальных значений деформаций в области наклейки тензорезисторов или установки датчиков перемещений конструкции.

Методика предусматривает: тензометрирование нагружаемого изделия; построение критерия качества и выбор вида целевой функции; проведение серии

расчетов конструкции при заданных значениях варьируемых параметров (упругих характеристик); расчет коэффициентов целевой функции и исследование ее на экстремум; проверку полученных значений упругих параметров путем контрольных экспериментов и расчетов.

Построение целевой функции осуществляется методом планирования экстремальных экспериментов, расчет конструкции при заданных значениях упругих характеристик, нагрузок и граничных условий методом конечных элементов, поиск минимума методом случайного поиска.

Контактная задача для оснований с покрытиями и штампов со сложной формой основания

Казаков К. Е.* , Федотов И. А.**

* Москва, Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлinskого РАН

** Претория, ЮАР, Тшванский университет технологий

kazakov-ke@yandex.ru

В работе описан новый метод построения решения известной задачи о контакте вязкоупругого основания с покрытием и жесткого штампа. Этот метод позволяет получать эффективные решения в случае, когда форма основания штампа описывается сложной быстро осциллирующей функцией. Для плоской контактной задачи выведено разрешающее смешанное интегральное уравнение, решение которого получено в аналитическом виде, причем в выражениях для контактных напряжений функция формы основания выделена отдельным слагаемым, то есть удастся найти тонкую структуру решения.

Фундаментальные решения в плоских и антиплоских задачах для электроупругих сред при подвижных осциллирующих источниках

Калинина Т. И.* , Наседкин А. В.**

* Новочеркасск, Южно-российский государственный технический университет (НПИ)

** Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

nasedkin@math.rsu.ru

Изучаются задачи о движении с постоянной скоростью осциллирующего источника в электроупругих средах для антиплоской и плоской задач. При постановке задач предполагается, что в подвижной системе координат, связанной с источником, существует режим установившихся колебаний. Для выделения единственного решения используется принцип предельного поглощения.

Для рассматриваемых двумерных задач проанализированы свойства плоских волн и характеристических кривых (кривых фазовых скоростей, кривых медленностей и кривых групповых скоростей) для пьезоэлектрических материалов в подвижных системах координат при различных режимах движения источника. С использованием техники преобразования Фурье получены фундаментальные решения в интегральных формах. В результате вычисления обратного

преобразования Фурье по принципу предельного поглощения выделены квазистатические и динамические составляющие решений. Получены формы решений, пригодные для различных режимов движения. Анализируются некоторые особенности фундаментальных решений задач электроупругости, обусловленные связанностью полей и наличием отдельного квазистатического электрического потенциала.

Построены асимптотики дальних полей, выявлена связь асимптотик цилиндрических волн с кривыми групповых скоростей и кривыми медленностей плоских волн, проведен кинематический и энергетический анализ решений. Отмечено, что движение источника вносит дополнительную анизотропию в кинематические и энергетические картины волновых полей. Например, появляются различия в волновых картинах впереди и позади источника, обнаруживаются зоны с различным числом распространяющихся волн, быстрые и медленные волны и т.д. Показано, что здесь, как и в других задачах с подвижными источниками, при трансзвуковом и сверхзвуковом движениях медленные волны переносят отрицательную энергию, измеренную подвижным наблюдателем.

Электромагнитоупругое состояние бесконечной пластинки с трещинами вдоль одной прямой

Калоеров С. А., Петренко А. В.

Донецк, Донецкий национальный университет

kaloerov@mail.ru

Рассматривается пластинка из пьезоматериала с трещинами вдоль одной прямой, находящаяся под действием механических сил или однородного электромагнитного поля.

Используются комплексные потенциалы обобщенных комплексных переменных электромагнитоупругости. Задача по их определению сводится к системе задач Римана-Гильберта на многолистной поверхности, после решения которой получают общие представления комплексных потенциалов, точно удовлетворяющие граничным условиям на берегах трещин. Неизвестные постоянные, входящие в функции, определяются из условий разрешимости задачи.

Проведены численные исследования с установлением закономерностей изменения коэффициентов интенсивности напряжений, индукций и напряженностей в зависимости от геометрических характеристик трещин, их количества и расстояния между ними, физико-механических свойств материалов пластинки.

Оценивание влияния теплового шума на погрешности измерения АСМ

Карпинский Д. Н., Шишкин А. Н.*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*
karp@math.rsu.ru

Динамическая атомно-силовая микроскопия (ДАСМ) использует взаимодействие вершины зонда микроконсоли с поверхностью исследуемого образца для того, чтобы изменить динамику микроконсоли (амплитуду колебаний, резонансную частоту, фазу) и получить изображение поверхности образца с наномасштабным разрешением. Существует три основных режима ДАСМ: контактный, полуконтактный и бесконтактный. В контактном режиме ДАСМ сканирует заостренным концом зонда поверхность, находясь под действием сил отталкивания. В полуконтактном режиме (*tapping mode*) вершина зонда периодически касается (постукивает) поверхности образца. В бесконтактном режиме вершина зонда совершает колебания в области действия сил притяжения (силы Ван дер Ваальса). В первом и третьем режимах амплитуда колебаний предполагается малой (< 1 нм), в то время как в полуконтактном режиме амплитуда колебаний зонда достигает 10 нм. Во всех режимах величина амплитуды колебаний определяется близостью возбуждающей частоты к резонансной частоте микроконсоли. Большая амплитуда колебаний в прерывистом режиме соответствует нелинейному взаимодействию зонд-образец, что приводит к трудностям анализа, которые не всегда удается преодолеть. Что касается малоамплитудных режимов, то они являются линейными и их анализ значительно проще, но имеется препятствие для более широкого их использования в ДАСМ. Это препятствие связано с влиянием тепловых флуктуаций на колебательный режим — «зашумление» малоамплитудного режима, при котором среднеквадратичная амплитуда тепловых флуктуаций 0.1 нм при комнатной температуре и жесткости микроконсоли 0.4 Н/м дает заметный вклад в колебания микроконсоли. Зашумление можно не учитывать при работе микроконсоли в полуконтактном режиме.

Расчеты амплитуды свободных колебаний прямоугольной и V-образной форм микроконсолей за счет теплового шума позволили получить оценки для условий применимости малоамплитудных режимов в ДАСМ. Однако в этих расчетах не учтены влияние на вершину зонда внешних (линейных) сил, а также не рассмотрена возможность использования ДАСМ в режиме, когда тепловые флуктуации микроконсоли выполняют роль внешней возмущающей силы. Решению этих задач посвящена данная работа.

Равновесие и устойчивость нелинейно-упругой панели
при чистом изгибе**Карякин М. И., Шубчинская Н. Ю.***Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*
natfantasy2005@rambler.ru

Для двух моделей нелинейно-упругих материалов рассмотрена задача о равновесии и устойчивости изгибаемой нелинейно-упругой панели. Интерес к подобным проблемам связан, прежде всего, с тем, что деформация чистого изгиба

(наряду с деформацией кручения и растяжения) является одной из базовых в экспериментальном определении и верификации параметров модели упругого, в частности — нелинейно-упругого, поведения материалов. Определение этих моделей — и функциональных зависимостей и их параметров — особенно актуально в связи с необходимостью разрабатывать адекватные модели механического поведения биоматериалов и их искусственных заменителей из высокоэластичных материалов. Задача о потере устойчивости при изгибе в рамках нелинейной теории упругости может представлять интерес и для тестирования различных теорий и численных схем исследования устойчивости упругих труб, основывающихся, как правило, на различных вариантах теории оболочек.

Представлена разработанная программа численного анализа нелинейной краевой задачи для функции, описывающей радиус точки в деформированном состоянии. Тестирование этой программы осуществлялось с использованием точных решений задачи об изгибе, известных для полулинейного материала и упрощенного варианта модели Блейтца и Ко. Для всех рассмотренных моделей установлено, что диаграмма изгиба (график зависимости изгибающего момента от угла раствора сектора деформированного прямоугольника) имеет точку максимума, за которой следует падающий участок. Наличие такого участка свидетельствует о возможности потери устойчивости процесса деформирования при чистом изгибе.

Для изучения устойчивости использован бифуркационный подход, основанный на линеаризации уравнений равновесия. Установлено, что точки бифуркации могут существовать и на возрастающем участке диаграммы изгиба. В работе представлены результаты влияния геометрических и материальных параметров на возможность потери устойчивости при изгибе.

Поиск ограничений на нелинейно-вязкие определяющие соотношения, обеспечивающих устойчивый режим спиральной локализации деформации при кручении цилиндра

Келлер И. Э.* , Кыласова Т. А.**

**Пермь, Институт механики сплошных сред УрО РАН*

***Пермь, Пермский государственный технический университет*

kie@icmm.ru

Существует проблема формулировки ограничений на феноменологические нелинейно-вязкие определяющие соотношения, соответствующих сверхпластическим состояниям металлов. В макроскопических экспериментах эти состояния проявляются в необыкновенной стабильности свободной поверхности сплошных цилиндрических образцов при одноосном растяжении или кручении по отношению к развитию локализации деформации, что обеспечивает развитие аномально больших деформаций. В технически привлекательном эксперименте на кручение процесс сопровождается спиральной локализацией деформации. В работе ставится соответствующая начально-краевая задача, для которой требуется найти всевозможные автомодельные решения со спиральной симметрией и условия

их существования в виде ограничений на материальную функцию зависимости интенсивности напряжений от интенсивности скоростей деформаций определяющих соотношений жидкости Рейнера-Ривлина. Вводится спиральная система координат, в терминах которой подбирается максимально простой анзац, имеющих сдвиговую структуру. Обсуждаются подходы к решению получающейся в результате системы.

Многофазные модели растущих биологических сплошных сред

Кизилова Н. Н.*, Штейн А. А.**

*Харьков, Харьковский национальный университет им. В. Н. Каразина

**Москва, НИИ механики Московского государственного университета
им. М. В. Ломоносова
nnk_@bk.ru

Обсуждается проблема континуального моделирования растущих биологических тканей как многофазных сред. Для анализа взаимодействия ростовых процессов с транспортными необходимо введение в дополнение к собственно растущей твердой фазе еще жидких фаз, отвечающих за доставку и распределение материала. Рассмотрены также биологические объекты, в которых имеются подсистемы, различающиеся законами роста. При этом рост соседствующих тканей координируется условиями непрерывности скоростей и напряжений на границах раздела. При макроскопическом описании соседствующие ткани могут занимать один и тот же пространственный объем. Примером является система проводящих трубок (жилок) в листе растения, распределенная при достаточно грубом осреднении в том же пространстве, что и внутренняя ткань (паренхима). Другой пример – две перемешанные популяции разных клеток (например, нормальных и злокачественных), сосуществующих в составе одной ткани. В такого рода средах, растущих с различными скоростями, в отличие от однофазных сред или сред, состоящих из единственной растущей фазы и заполняющих ее подвижных жидких фаз, существенны задачи, связанные с взаимным перемещением фаз и возникающими в процессе такого перемещения межфазными силами. Для дифференциально растущих сред необходимо рассматривать несколько растущих континуумов со своими законами движения и деформационными характеристиками и с обязательным учетом распределенных сил межфазного взаимодействия. Для среды, составленной несколькими твердыми континуумами, каждый из них рассматривается как вязкоупругий материал и межфазная сила также вязкоупругая. В других случаях структура модели может быть иной: например, достаточно разреженную клеточную популяцию естественно представить как среду частиц в очень вязкой жидкости, образованной клетками многочисленной популяции.

Континуумы, составляющие дифференциально растущую среду, могут расти синхронно, то есть с совпадающими законами движения и, следовательно, с нулевой относительной скоростью, или асинхронно, проскальзывая один относительно другого. Возможна ситуация, когда граничные условия допускают

синхронный рост, а он, тем не менее, оказывается неустойчивым. При таком типе неустойчивости происходит расхождение частиц составляющих континуумов, например, клетки одной из популяций постепенно окружают другую. Возможность такого характера развития показана на примере среды, образованной двумя клеточными популяциями с разными законами деления.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 09–01–90403-Укр_ф_а) и ДФФД Украины (проект № Ф28.1/011).

Распространение волн в заполненных жидкостью многослойных вязкоупругих трубках: асимптотический анализ

Кизилова Н. Н., Чистина Э. О.

*Харьков, Харьковский национальный университет им. В. Н. Каразина
nnk_@bk.ru*

Рассматривается задача о распространении малых возмущений в заполненных вязкой жидкостью трубках, образованных несколькими слоями трансверсально изотропных вязкоупругих материалов. В предыдущих работах авторов были исследованы устойчивые и неустойчивые стеночные и жидкостные моды. Было показано, что за счет определенного выбора параметров слоев стенки можно трансформировать абсолютно неустойчивые моды в конвективно неустойчивые и тем самым устранить абсолютную неустойчивость, приводящую к высокочастотным осцилляциям стенки трубки, генерации шумов и значительной диссипации энергии потока. В данной работе представлены результаты расчетов профилей скорости и давления в трубках в виде разложений по малому параметру, являющемуся отношением перемещений стенки к внутреннему радиусу трубки. Представлены различия рассчитанных параметров для устойчивых и неустойчивых мод, показана возможность слияния мод. Обсуждаются границы применимости полученных результатов к течению крови в артериях как многослойных трубках.

Гиперболический термоупругий континуум Коссера как физическая теория поля

Ковалев В. А.*, Радаев Ю. Н.**

** Москва, Московский городской университет управления
Правительства Москвы*

*** Самара, Самарский государственный университет
radayev@ssu.samara.ru*

Методами классической теории поля с помощью теории вариационных симметрий действия рассматривается построение связанной модели гиперболического термоупругого континуума Коссера и вывод канонических тензоров энергии-импульса связанного микрополярного термоупругого поля с учетом характерной

для микромеханики континуума нелокальности плотности лагранжиана. Сформулирован общий принцип наименьшего действия обобщенного гиперболического термоупругого поля и даны уравнения поля в том случае, когда лагранжиан фактически зависит от градиентов полевых переменных высокого порядка.

Обобщенная термоупругость к настоящему времени развита в общей нелинейной форме в трех вариантах GNI, GNII, GNIII: в линейном приближении первый вариант приводит к закону теплопроводности Фурье и параболическому уравнению теплопроводности, второй вариант предлагает рассматривать распространение тепла как волновой недиссипативный процесс и приводит к гиперболическому уравнению распространения тепла, третий вариант — смешанный — включает первые два в качестве предельных случаев. Явление теплопроводности посредством распространения (с конечной скоростью) незатухающих термических волн получило название «второго звука». Имеется ряд экспериментальных доказательств существования «второго звука», хотя его экспериментальное обнаружение всегда сопряжено с большими трудностями, поскольку в твердых телах он возможен лишь в области весьма низких температур. Теория GNII-термоупругости была развита в качестве альтернативного подхода к математическому моделированию процесса теплопроводности в твердых телах с помощью уравнений гиперболического аналитического типа, обеспечивающих конечную скорость распространения теплового сигнала.

Используя алгоритмы группового анализа, в работе проведены вычисления тока Нетер связанного GNII-термоупругого поля и соответствующих тензоров энергии-импульса для трех случаев, когда лагранжиан зависит от градиентов полевых переменных порядка, не превосходящего 1, 2, 3. Для каждого из указанных случаев даются явные формулы для компонент канонического тензора энергии-импульса. Особое внимание уделяется построению тензора энергии-импульса для микрополярных термоупругих тел, процесс распространения тепла в которых характеризуется обобщенным уравнением теплопроводности гиперболического аналитического типа. В уравнениях микрополярного термоупругого поля выполнен учет возможных ограничений на микроповороты, характерный для континуума Коссера. Найдены инвариантные интегралы, выражающие сохранение энергии-импульса гиперболического связанного термоупругого поля.

Выпрямление высокоэластичной кривой трубы внутренним давлением

Колесников А. М.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

Alexei.M.Kolesnikov@gmail.com

В данной работе рассматривается равновесие высокоэластичной тонкостенной криволинейной трубы, нагруженной внутренним давлением. Кривизна трубы вдоль её образующей постоянна. Труба имеет круговое поперечное сечение. При раздувании труба изменяет форму поперечного сечения и кривизну. Целью работы является изучение влияния внутреннего давления на кривизну надутой трубы.

Конструкция моделируется оболочкой из высокоэластичного материала. В недеформированном состоянии поверхность оболочки представляет собой сектор тора с круговым сечением. Решение задачи статики осуществляется полуобратным методом. Полагаем, что деформированная конструкция представляет собой сектор тора с новой кривизной. Форма поперечного сечения остаётся неизвестной. Таким образом, задача статики оболочки сводится к краевой задаче для системы обыкновенных дифференциальных уравнений на поперечном сечении. Решение данной системы осуществляется численным методом.

Работа выполнена при финансовой поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг. НК-527.

Повышение износостойкости металлополимерных трибосистем с использованием нанотехнологий

Колесников В. И.

*Ростов-на-Дону, Ростовский государственный университет путей сообщения
rek@rgups.ru*

К настоящему времени достигнуто понимание того, что дальнейшее развитие науки о материалах будет базироваться на закономерностях эволюции систем, проявляющихся в природных материалах и состоящих из объектов атомного и молекулярного уровней. Именно они «программируют» основные свойства вещества.

В Ростовском государственном университете путей сообщения на протяжении последних лет успешно проводятся работы, связанные с использованием нанотехнологий в сфере железнодорожного транспорта.

В результате разработанного аналитического метода исследования термического контакта, базирующегося на теории регуляризации сингулярных возмущений, а также на основе экспериментальных методов рентгено- и электронной спектроскопии с применением равновесной термодинамики и квантово-химических расчетов нами исследованы сегрегационные процессы в поверхностных слоях трибосопряжений и, в частности, в рабочей поверхности катания железнодорожного колеса. Показано, что некоторые элементы периодической системы, находящиеся либо в смазке, либо в составе тормозной колодки, или в качестве легирующих или примесных элементов в составе колесной стали могут способствовать разрушению металла, а другие наоборот укреплять его.

На основе выявленных закономерностей нами созданы новые высокоэффективные композиционные материалы, а также смазки с нанонаполнителями.

Разработаны принципы создания новых антифрикционных многослойных покрытий, в которых основную нагрузку берет на себя металл силового каркаса, а высокие антифрикционные характеристики обеспечиваются наноструктурным покрытием, которое может состоять как из одного слоя, так и из нескольких слоев, несущих различную смысловую нагрузку — одни слои обладают антифрикционной способностью, а другие — адгезионной. Данные разработки могут

быть применены на предприятиях транспорта как принципиально новая система смазки в системе колесо-рельс для нанесения покрытия на боковую грань рельса в кривых малого радиуса.

Промышленное освоение материалов на основе нанотехнологий создает реальный экономический эффект за счет создания новых конкурентоспособных изделий. Качественно новые эксплуатационные и потребительские свойства таких изделий позволяют достичь увеличения безаварийного срока службы деталей и устройств, снижения расходов на замену вышедшего из строя оборудования и уменьшения сроков простоя оборудования.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты №08-08-00853, 09-08-12062)

Расчет вторичных течений вязкой жидкости, возникающих вблизи пересечения бифуркаций рождения вихрей Тейлора и азимутальных волн, между пронизаемыми цилиндрами

Колесов В. В., Романов М. Н.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
kolesov@math.rsu.ru

Исследуются течения вязкой жидкости между двумя пронизаемыми вращающимися бесконечными концентрическими цилиндрами при наличии радиального потока, направленного от одного цилиндра к другому. Основным режимом в данной задаче представляет собой круговое течение Куэтта с ненулевой радиальной компонентой поля скорости. Рассчитаны точки пересечения нейтральных кривых, соответствующие бифуркациям возникновения вихрей Тейлора и азимутальных волн. Вблизи пересечения таких бифуркаций найдены стационарные, периодические и квазипериодические движения вязкой жидкости.

Работа выполнена при поддержке Федерального агентства по науке и инновациям Российской Федерации (госконтракт № 02.740.11.5189)

Конечно-элементное моделирование контактного взаимодействия в подшипнике скольжения с учетом тепловыделения от трения

Колосова Е. М.

Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики
им. Воровича И. И. ЮФУ
a_lena_ch@mail.ru

С помощью конечно-элементного пакета ANSYS осуществлено моделирование контактного взаимодействия в подшипнике скольжения с учетом тепловыделения от трения. В качестве математической модели рассматривается статическая задача термоупругости о вдавливании упругого вала в упругий цилиндрический слой, жестко закрепленный по внешней поверхности. В зоне контакта присутствует трение. Решение задачи осуществлено в два этапа, на первом

этапе решается упругая контактная задача, после решения которой формируется массив контактных напряжений, а на втором этапе — контактная задача термоупругости со следующими температурными граничными условиями — в зоне контакта задаётся поток тепла, пропорциональный контактным напряжениям, вычисленным на первом этапе, на внутренней поверхности цилиндрического слоя и внешней поверхности вала задаются условия конвективного теплообмена, структурные граничные условия остаются без изменения. Приведены результаты расчетов контактных и эквивалентных напряжений и поля температуры в зависимости от коэффициента трения.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг. (госконтракт №П1184) и НК-527.

Задача Сретенского для цилиндра с упругими днищами

Кононов Ю. Н., Дидок Н. К.

Донецк, Донецкий национальный университет

u.kononov@mail.donnu.edu.ua

На основании модального анализа выведена счетная система линейных обыкновенных дифференциальных уравнений поперечных колебаний под действием упругой силы цилиндрического сосуда с жесткой боковой стенкой и упругим верхним и нижним дном. Сосуд полностью заполнен идеальной несжимаемой жидкостью и имеет произвольное поперечное сечение. Рассмотрены следующие частные случаи: одно из днищ становится абсолютно жестким, верхнее днище отсутствует (случай частичного заполнения). Получены условия устойчивости положения равновесия данной механической системы и исследовано частотное уравнение. Проведены численные расчеты для прямого кругового цилиндра.

Действие распределённой нагрузки на прямой бочкообразный зуб эвольвентного профиля

Короткин В. И., Сухов Д. Ю.

Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики им.

Воровича И. И. ЮФУ

korotkin@math.sfedu.ru

В ходе решения пространственной симметричной задачи в конечно-элементной среде ANSYS показано, что основное влияние на напряжённо-деформированное состояние в основании прямых эвольвентных бочкообразных зубьев оказывает продольная протяжённость площадки контакта и незначительное — число зубьев и главный приведенный профильный радиус кривизны сопряжённых поверхностей в точке контакта. Приведена зависимость, позволяющая оценить это влияние.

Особенности течения вязкого газа в системе тонких щелей

Коршун Е. С., Снопов А. И.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
kat_korshun@mail.ru

Исследуются особенности течения вязкого газа в смазочном слое эллиптической опоры, поступающего через тонкую щель. Анализируется влияние относительной толщины щели на развитие особенностей потока на её краях.

Моделирование пространственных движений упругой балки на основе метода интегродифференциальных соотношений

Костин Г. В., Саурин В. В.

Москва, Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН
kostin@ipmnet.ru

На основе метода интегродифференциальных соотношений разработан регулярный подход к построению математических моделей, описывающих в рамках линейной теории упругости собственные движения прямолинейной балки. С использованием интегральной формы уравнений состояния, связывающих напряжения и деформации, а также скорости и импульсы, система уравнений в частных производных сводится к счетной системе обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Для этой цели применяются полиномиальные представление неизвестных функций напряжений, перемещений и импульсов.

Получены системы дифференциально-алгебраических уравнений, описывающих с различной степенью точности свободные продольные, поперечные и крутильные колебания упругой балки прямоугольного поперечного сечения. Исследовано влияние геометрических и механических параметров системы на частоты и формы собственных колебаний. Показано существование разных типов собственных перемещений и внутренних напряжений балки.

О построении математической модели нанотрибологии

Кравчук А. С.*, Нейтгаанмяки П. , Трубиенко О. О.*****

** Москва, Московский государственный университет приборостроения и информатики*

*** Ювяскюль, Университет Ювяскюля, Финляндия*

**** Москва, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова*
kravchuk_biocom@mail.ru

Работа посвящена решению динамических задач об определении параметров взаимодействия твердых деформируемых тел на наноуровне. Рассматриваются две модели — классическая модели Томлинсона и ее обобщение, пригодное

для любого потенциала сил дальнего действия. Обе модели являются одномерными (атомными цепочками). Учтено сопротивление движению в форме линейной зависимости от скорости движения одного тела относительно другого. Проведен анализ влияния сил вязкого трения и расстояния между взаимодействующими цепочками атомов. Полученные результаты могут быть применены при оценке работоспособности механических элементов наноконструкций — чувствительных элементов атомно-силового микроскопа, наномоторов и др.

Решение трехмерных задач нанотрибологии методом молекулярной динамики

Кравчук А. С.*, Победря Б. Е., Трубиенко О. О.****

** Москва, Московский государственный университет приборостроения и информатики*

*** Москва, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
kravchuk_biocom@mail.ru*

Работа посвящена построению математической динамической модели трения на наноуровне и решению задачи о скольжении кластера меди по кластеру алюминия в трехмерной постановке. Особенностью модели является учет теплоотвода. С использованием метода Верле, реализованного на суперкомпьютере МГУ, построено численное решение, из анализа которого было выявлено существование режима «сцепление-скольжение».

Контактная усталость и шероховатые поверхности

Кудиш И. И.

*Флинт, США, Университет Кеттеринга
ikudish@kettering.edu*

Рассматривается решение контактной задачи для шероховатой упругой полуплоскости. Поверхностная шероховатость предполагается малой и стохастической. Предлагается возмущенное решение задачи для относительно малой шероховатости, которое строится в удобном виде в рядах по многочленам Чебышева. Получены аналитически среднее значение для давления и размера контакта. Рассматривается модель для шероховатой поверхности в виде заглабления, на основе обобщения ранее предложенной контактной модели с некоторыми стохастическими параметрами. Получена аналитическая зависимость, связывающая усталостное поведение шероховатой и гладкой поверхностей. Эта модель показывает, что усталостная долговечность шероховатой поверхности короче, чем гладкой. Более того, эта модель показывает, что поверхностная шероховатость изменяет усталость, вызванную на подповерхностном уровне, лишь незначительно, в то время как она может значительно воздействовать на усталость, вызванную на поверхностном и околоповерхностном уровне.

Теоретические и экспериментальные исследования упругих свойств несжимаемых сред при конечных деформациях

Кузнецов С. И.* , Федотов И. А.**

** Москва, Московский государственный технический университет
им. Н. Э Баумана*

*** Претория, ЮАР, Тиванский университет технологий
k_s_i@bk.ru*

Работа посвящена рассмотрению двух различных подходов к решению задач нелинейной теории упругости для гиперупругого тела с потенциалом Муни-Ривлина. Анализ проводится на примере задачи о центрально-симметричном деформировании полого шара под действием внутреннего давления.

Аналитический метод основан на универсальном решении Эриксона. Использование вариационного принципа заключается в отыскании минимума энергетического функционала. Применение численной процедуры минимизации делает возможным расширить класс решаемых задач на сжимаемые материалы. Точное решение используется для контроля сходимости вычислительного алгоритма.

Предложена методика экспериментального определения материальных констант. Расчетные соотношения для определения этих величин по результатам испытаний следуют из полученных решений.

Стационарные колебания в слое нелинейной упругой среды

Куликовский А. Г.* , Свешникова Е. И.**

** Москва, Математический институт им. В. А. Стеклова РАН*

*** Москва, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
sveshn@mech.math.msu.su*

Рассматриваются возмущения, распространяющиеся поперек слоя несжимаемой слабонелинейной анизотропной упругой среды с многократным отражением от границ. Возмущения вызваны малыми периодическими движениями одной из границ в своей плоскости с периодом близким к периоду собственных колебаний слоя. Другая граница при этом предполагается неподвижной. В таком около-резонансном режиме при многократном отражении волн от границ слоя происходит нелинейное изменение всех функций, характеризующих деформацию среды. Передача возмущений с колеблющейся границы на противоположную через слой нелинейной среды происходит с изменениями, меняющимися со временем. Вследствие слабой нелинейности среды процесс этот медленный. Ранее авторами была получена система уравнений, описывающая медленную эволюцию волновой картины для двух компонент деформации сдвига на неподвижной границе. Уравнения содержат величины, полученные осреднением функций за период, предшествующий рассматриваемому. Таким образом, входящие в уравнения в виде коэффициентов осредненные величины являются функциями «медленного» времени. Полученная система уравнений оказалась гиперболической.

В данной работе рассматриваются некоторые классы решений названной эволюционной системы. Первая постановка состоит в отыскании такого режима внешнего воздействия, который позволил бы компенсировать нелинейные изменения при прохождении возмущений через слой и на противоположной неподвижной границе поддерживать все время заданные периодические колебания компонент деформации. Во второй постановке периодическое движение одной из границ считается заданным. Исследуется возможность существования периодических (т. е. стационарных в режиме медленного времени) решений эволюционных уравнений для компонент деформации на неподвижной границе. Показано, что среди нелинейных периодических решений могут существовать как непрерывные, так и решения, содержащие разрывы функций, характеризующих амплитуды деформации, состоящие в переходе с одной ветви непрерывного решения на другую в виде эволюционного скачка. Дается качественное описание процесса образования указанных разрывов.

Об устойчивости стационарного вращения правильного вихревого треугольника вне круговой области

Куракин Л. Г.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет; Владикавказ, Южный математический институт ВЦ РАН

kurakin@math.rsu.ru

Исследуется устойчивость стационарного вращения системы трех точечных вихрей, помещенных на плоскости в вершинах правильного треугольника вне круговой области. Проведен полный нелинейный анализ. Применены результаты КАМ теории. Перечислены и изучены все встречающиеся здесь резонансы до четвертого порядка включительно. Тем самым завершены исследования Хавелока (1931 г.), решившего эту задачу в линейной постановке.

Работа выполнена при поддержке Федерального агентства по науке и инновациям Российской Федерации (госконтракт № 02.740.11.5189)

Эффективные схемы конечно-элементной дискретизации

Курбатова Н. В.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

nvk@math.sfedu.ru

Разработанная схема дискретизации вариационных уравнений с использованием лексического анализа апробирована на серии задач растяжения-сжатия кручения и изгиба естественно закрученного стержня, а также пружины с прямоугольным поперечным сечением.

Предельный переход в обобщенном уравнении Навье-Стокса с высокочастотными слагаемыми

Левенштам В. Б.

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет; Владикавказ, Южный
математический институт ВЦ РАН*
vleven@math.rsu.ru

В ограниченном цилиндре пространства-времени рассматривается начально-краевая задача для системы дифференциальных уравнений в частных производных, обобщающей классическое уравнение Навье-Стокса с высокочастотной массовой силой. Правая часть системы (аналог массовой силы) осциллирует во времени с высокой частотой и полиномиально зависит от неизвестной (аналог скорости течения). Кроме того, правая часть содержит линейное высокочастотное слагаемое с большой амплитудой. В работе построена предельная задача и обоснован предельный переход.

Теоретические исследования турбулентных потоков сжимаемых сред

Липанов А. М.

Ижевск, Институт прикладной механики УрО РАН
elle@udman.ru

В докладе излагаются методы численного решения уравнений сжимаемой среды для одно- и многосвязных объемов интегрирования. Рассматриваются ламинарные и турбулентные потоки в каналах и в объемах с несколькими отверстиями в поверхностях, ограничивающих объемы, обосновываются устойчивость и сходимости вычислительных процедур.

Показано, что в односвязных объемах интегрирования реализуются как ламинарные, так и турбулентные потоки. При переходе от ламинарного потока к турбулентному демонстрируется, как упорядоченный стационарный или нестационарный поток становится нестационарным и неупорядоченным, обращается внимание на важную роль характерных размеров канала.

Найдено, что в случае многосвязного объема интегрирования турбулентное состояние может отсутствовать. Показано, что если заполнение объема интегрирования обтекаемыми телами достигает 70 %, а сам объем интегрирования 5-ти связный, то в таком объеме реализуется только ламинарный вихревой поток.

Результаты расчетов, в том числе для турбулентного диапазона изменения гидромеханических параметров, находятся в хорошем соответствии с имеющимися экспериментальными данными как в качественном, так и в количественном отношениях.

Выполнены исследования имеют важное значение для моделирования и прогнозирования процессов в технических и природных системах, сопряженных с вихреобразованием, потоками среды и турбулентностью.

Анализ предельного состояния пластины с начальной трещиной при одноосном сжатии

Локшина Л. Я.*, Костандов Ю. А.*, Васильев Л. М.**

* *Симферополь, Таврический национальный университет им. В. И. Вернадского*

** *Днепропетровск, Институт геотехнической механики им. Н. С. Полякова*

НАН Украины

ipgd@yandex.ru

Исследуется задача о предельном состоянии пластины с макроскопической трещиной в случае несовпадения плоскости трещины с плоскостью симметрии внешних напряжений. Рассматривается бесконечная пластина с прямолинейной трещиной. Полагается, что в бесконечно удаленных точках пластины к ней приложена одноосная сжимающая нагрузка под произвольным углом к плоскости трещины. Считается, что материал пластины подчиняется закону Гука вплоть до момента разрушения, а начальное распространение трещины происходит в плоскости, для которой эффективные касательные напряжения имеют максимальные значения. Под понятием эффективного касательного напряжения понимается активное касательное напряжение за вычетом фрикционной составляющей, зависящей от коэффициента внутреннего трения материала.

Установлены зависимости предельного сжимающего напряжения, угла начального распространения трещины и ориентации наиболее опасной трещины (трещины, которая начнет развиваться при наименьшей нагрузке) от коэффициента внутреннего трения, ориентации начальной трещины и условий контакта ее берегов.

Из полученных уравнений следует, что чем больше коэффициент внутреннего трения и меньше модуль сцепления при сдвиге, тем чувствительней материал к наличию в нем трещин, поскольку разрушение в нем начинается при меньших значениях предельного напряжения. Установлено, что величина угла начального распространения трещины зависит только от коэффициента внутреннего трения материала и не зависит от приложенной нагрузки. Показано, что в случае отсутствия взаимодействия между берегами трещины самая опасная трещина в материале будет ориентирована к направлению действия сжимающей нагрузки под углом 45 градусов. При наличии взаимодействия между берегами трещины этот угол уменьшается с увеличением значения коэффициента внутреннего трения.

Задачи кручения и продольного сдвига тел с изменяющимися упругими свойствами

Ломакин Е. В.

Москва, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова

lomakin@mech.math.msu.su

Рассмотрены определяющие соотношения для описания деформирования сред, деформационные свойства которых зависят от условий нагружения и в

которых процессы объемного и сдвигового деформирования взаимосвязаны. Показано, что некоторые традиционные постановки краевых задач для тел, обладающих такими свойствами, не могут быть использованы. В частности, это относится к задачам кручения и продольного сдвига. Рассмотрены задачи деформирования цилиндрических тел для случаев, когда граничные условия на боковой поверхности не зависят от продольной координаты цилиндра. На основе анализа уравнений совместности деформаций и соотношений между деформациями и перемещениями, представленных в цилиндрической системе координат, получены выражения для перемещений в соответствующей обобщенной форме. Приведены также выражения для перемещений в декартовой системе координат. Рассмотрены задачи кручения стержней круглого и прямоугольного поперечного сечения. Исследованы особенности распределения перемещений, деформаций и напряжений. Рассмотрены также задачи продольного сдвига тел с отверстиями.

Устойчивость упругого профиля при движении в слое весомой жидкости

Лукащик Е. П., Иванисова О. В., Колесникова Ю. Н.

Краснодар, Кубанский государственный университет

julia-koles@yandex.ru

Прогресс в области создания высокопрочных мягких материалов позволил расширить сферы применения таких материалов в технике, что в свою очередь обуславливает необходимость углубленного исследования вопросов аэроупругости упруго-деформируемых несущих поверхностей.

В работах Белоцерковского С. М., Гур-Мильнера С. И., Болотина В. В., Ефремова И. И. предлагались различные подходы к решению задач аэроупругости. Однако рассмотрение дополнительных параметров при движении гибких крыльев (как, например, ограниченность потока, весомость жидкости) вновь требует анализа качества процесса влияния упругих деформаций на аэродинамические характеристики.

В настоящей работе проводится исследование гидродинамического поведения тонкого упругого крыла бесконечного размаха, движущегося в слое тяжелой жидкости

Для упругих несущих поверхностей геометрическая форма поверхности заранее не известна и определяется в зависимости от возникающих аэродинамических нагрузок, в то время как сами аэродинамические нагрузки существенно зависят от упругих перемещений несущей поверхности. Математическая модель описанного движения представляет собой связанную задачу гидроупругости тонкого упруго-деформируемого профиля. Решение поставленной задачи определялось при помощи преобразования Фурье.

Представлены расчеты для мембранного и упругого профилей при шарнирном закреплении. Упругие деформации изменяют скос потока или эффективный угол атаки крыла, что приводит к перераспределению нагрузки вдоль хорды

и сказывается на суммарных аэродинамических характеристиках. При переходе параметра гибкости через некоторые критические значения подъемная сила и кривизна профиля скачком меняют знак. Определены значения параметров гибкости, при которых происходит потеря статической устойчивости. Показано, как весомость жидкости, границы потока влияют на устойчивость профиля. Показано, что вблизи свободной поверхности весомой жидкости скорость потери статической устойчивости возрастает, т. е. профиль становится более устойчивым.

Взаимодействие многоэлектродных структур с предварительно напряженными электроупругими средами

Лыжов В. А.* **, Тукодова О. М.*, Ворович Е. И.*****

**Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики
им. Воровича И. И. ЮФУ*

***Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН*

****Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет
maggod-rnd@yandex.ru*

Рассматривается задача о взаимодействии системы электродов с преднапряженной электроупругой средой. Система электродов представляет собой либо однополярную (накоротко соединены все электроды), либо двухполярную (электроды одного знака чередуются с электродами другого знака) структуру из полосовых электродов, весом и жесткостью которых пренебрегаем. Среда представляет собой пьезоактивное полупространство, выполненное из материала гексагональной сингонии класса 6 mm, начальные напряжения в среде вызваны действием механических факторов. Проведено детальное исследование влияния начальных механических напряжений на распределение электрической индукции для однополярной и двухполярной системы из 3-х, 5-ти, 7-ми и 9-ти электродов. Показано, что характер влияния начальных напряжений не зависит от количества электродов, но существенно зависит от вида начального напряженного состояния. Наиболее сильное влияние на распределение электрической индукции оказывает трехосное и двухосное напряжение.

Конечные деформации растущего упругого шара

Лычев С. А.

*Москва, Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН
lychevsa@mail.ru*

Рассматривается задача о центральносимметричном деформировании растущего упругого шара. Деформации полагаются конечными, а материал - несжимаемым. Закон состояния формулируется относительно полного тензора дисторсии, который может быть представлен как композиция тензора начальной дисторсии и градиента деформаций, реализуемых в составе растущего тела. Поле

начальной дисторсии, наряду с полями напряжений и градиента деформаций, определяется в процессе решения краевой задачи. В силу центральной симметрии начальная дисторсия полностью определяется скалярной функцией (параметром дисторсии), которая определяется из решения интегрального уравнения. Тензорное поле дисторсии индуцирует связность на материальном многообразии, которое в результате становится плоским пространством аффинной связности с нетривиальным кручением. Тензор кручения обращается в ноль, если параметр дисторсии представляет собой постоянную. Это соответствует согласованному наращиванию, в результате которого получаем тело, неотличимое от тела постоянного состава. В таком и только в таком теле отсутствуют остаточные напряжения.

Вынужденные колебания растущих по толщине упругих пластин

Лычева Т. Н.

*Москва, Московский государственный университет приборостроения
и информатики*

lycheva.tatjana@rambler.ru

Исследуются вынужденные колебания растущих по толщине круглых пластин. Задача рассматривается в приближении малых деформаций. Материал пластин считается упругим и изотропным. Сформулированы уравнения движения, краевые и начальные условия для пластин, толщина которых непрерывно увеличивается в результате притока материала извне. Полагается, что в начальный момент времени пластина имеет постоянную толщину, и в каждый последующий момент присоединяется инфинитезимальный слой постоянной толщины, т.е. толщина растущей пластины изменяется во времени, но постоянна относительно пространственных координат. Уравнения движения имеют третий порядок по переменной времени и второй порядок по пространственным переменным. Решение начально-краевой задачи представляется в форме разложения по собственным функциям бигармонического оператора с краевыми условиями, соответствующими жесткому, шарнирному закреплениям круглой пластины, а также свободной границе. При условии, что скорость роста пластины постоянна, координатные функции разложения выражаются в замкнутом виде через функции параболического цилиндра. Анализ полученного решения позволяет указать на характерные особенности динамического наращивания пластин, а именно, на увеличение частоты колебаний, вызванных приложенным в начальный момент импульсом, уменьшение их амплитуды и смещение нейтрального положения пластины.

Математическая теория растущих тел. Конечные деформации

Манжиров А. В.

Москва, Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлунского РАН
manzh@inbox.ru

Рассматриваются основные положения математической теории наращиваемых тел при конечных деформациях. В качестве ее фундамента используется теория расслоений дифференцируемых многообразий. Дается классификация возможных способов наращивания деформируемых тел в зависимости от размерности элементов расслоений (или размерности базы расслоений). Так установлено, что трехмерное тело может расти за счет консолидации двумерных поверхностей, одномерных нитей, а также точек. Подробно исследуется вариант наращивания трехмерного тела двумерными поверхностями при конечных деформациях.

Краевые задачи механики растущих тел, в отличие от задач для тел постоянного состава, содержат тензорное поле дисторсии, которое может быть найдено из дополнительных условий, определяемых параметрами наращивания тела. Если наращивание происходит за счет непрерывного присоединения напряженных материальных поверхностей, то в качестве таких условий могут быть использованы уравнения равновесия границы роста, рассматриваемой как деформируемая материальная поверхность, контактирующая с деформируемым трехмерным телом.

Растущее тело, вообще говоря, не имеет естественной (свободной от напряжений) конфигурации, погружаемой в трехмерное евклидово пространство, однако, таковая имеется в трехмерном пространстве с неевклидовой аффинной связностью. Соответствующий тензор кручения является мерой несовместности деформаций растущего тела. С этих позиций математическое описание напряженно-деформированного состояния растущего тела эквивалентно моделям тел с непрерывным распределением дислокаций.

Численный анализ упругих тел с особыми точками: построение сингулярных решений, конечно-элементные алгоритмы, оптимизация геометрии

Матвеев В. П.

Пермь, Институт механики сплошных сред УрО РАН
mvp@icmm.ru

Одним из характерных свойств краевой задачи теории упругости является нарушение гладкости решения, связанное с появлением бесконечных значений напряжений в отдельных точках области, называемых особыми. К числу особых точек в теории упругости относятся точки поверхности, где имеет место нарушение ее гладкости, смена типа краевых условий, контакт различных материалов

или внутренние точки, где имеет место нарушение гладкости поверхности контакта различных материалов.

Сингулярные решения теории упругости имеют не только теоретическое, но и прикладное значение. Анализ различных моделей реальных объектов показывает, что они, как правило, содержат особые точки, где могут быть бесконечные значения напряжений. Появление особых точек в моделях является следствием идеализации реального объекта, которая является своеобразным компромиссом, позволяющим довести моделирование до численных результатов. Вместе с тем, идеализированная модель с бесконечными значениями напряжений отражает то, что в реальности окрестности особых точек, как правило, являются зонами ярко выраженной концентрации напряжений.

Приведенные рассуждения определили направления исследований, связанные с анализом напряженного состояния в окрестности особых точек упругих тел. Они включают в себя развитие методов расчета характера сингулярности напряжений в окрестности особых точек в двумерных и трехмерных задачах теории упругости и методов расчета напряженного состояния в упругих телах с особыми точками. Наряду с расчетами, рассматривается проблема оптимизации напряженного состояния, которая является одним из вариантов практического использования решений теории упругости с бесконечными значениями напряжений.

Собственные формы колебаний упругих прямоугольных пластин со свободными краями

Мелешко В. В.* , Папков С. О.**

** Киев, Киевский национальный университет им. Тараса Шевченко*

*** Севастополь, Севастопольский национальный технический университет
meleshko@univ.kiev.ua*

Рассматривается классическая задача о колебаниях пластины со свободными краями. На основе метода суперпозиции задача сводится к однородной квазирегулярной бесконечной системе линейных алгебраических уравнений. При помощи достаточного условия существования ограниченного решения для квазирегулярной системы находятся собственные частоты колебаний пластины. На данных собственных частотах на основе анализа асимптотического поведения неизвестных строится нетривиальное решение системы, которое позволяет получить аналитическое представление собственных форм колебаний. Проведено исследование точности выполнения однородных граничных условий, дается сравнение с экспериментальными данными.

Спектр Коссера осесимметричной задачи теории упругости
в напряжениях для сплошного изотропного
цилиндра конечной длины

Мелешко В. В.* , Токовый Ю. В. , Виладжо П.*****

* Киев, Киевский национальный университет им. Тараса Шевченко

** Львов, Институт прикладных проблем механики и математики
им. Я. С. Подстригача НАН Украины

*** Пиза, Италия, Пизанский университет
meleshko@univ.kiev.ua

Предложен подход к практическому вычислению собственных чисел Коссера осесимметричной задачи теории упругости для конечного цилиндра с заданными на его поверхности внешними усилиями. Исследован характер поведения собственных значений в зависимости от формы цилиндра. Следует отметить, что практическое применение метода братьев Коссера, в частности, применительно к рассмотренной задаче требует разрешения целого ряда теоретических вопросов, одним из которых является алгоритм построения собственных функций Коссера.

Высокочастотная асимптотика течения вязкой жидкости, создаваемого
вращательными колебаниями погруженного шара

Моргулис А. Б.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
amor@math.rsu.ru

Рассматривается обтекание твёрдого шара, совершающего заданные периодические вращения вокруг своего центра. Так как граница области течения постоянна, возбуждение движения жидкости происходит исключительно благодаря её прилипанию к твёрдой границе. Рассматривается случай высокой частоты и малой амплитуды колебаний, так что максимальная амплитуда перемещений точек границы порядка толщины Рэлея слоя. Построенное приближение, описывает, в частности, механизм возбуждения радиальных струй, наблюдавшихся в экспериментах Hollerbach et. al. (Phys. Fluids, vol. 14, 2002).

Поверхностные эффекты в механике деформируемого твердого тела

Морозов Н. Ф.* , Альтенбах Х. , Еремеев В. А.*** ******

* Санкт-Петербург, Санкт-Петербургский государственный университет

** Халле, Германия, Университет Мартина Лютера Халле-Виттенберг

*** Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН

**** Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
eremeyev.victor@gmail.com

Получены двумерные уравнения равновесия пластин и оболочек с учетом поверхностных напряжений. Представлены соотношения для тензоров усилий

и моментов и найдены выражения для эффективных жесткостей оболочки. В частности, показано, что при толщинах нанодиапазона при учете поверхностных напряжений существенно изменяются жесткости пластинки, что согласуется с результатами теоретического анализа и экспериментальными данными, известными в литературе.

Также проведен анализ влияния поверхностных эффектов на эффективный продольный модуль Юнга пористого стержня с порами, расположенными параллельно оси стержня. Предложена комбинированная формула, которая учитывает несколько факторов — наличие поверхностных напряжений и поверхностного слоя на границах пор. Это позволяет более точно учесть наличие поверхностных эффектов, в том числе для нанопористых материалов.

Показано, что в зависимости от параметров задачи возможно как уменьшение жесткости стержня с увеличением числа пор с последующим возрастанием, так и ее монотонное возрастание.

Локализованные формы потери устойчивости сжатой сплошной среды

Морозов Н. Ф., Товстик П. Е.

Санкт-Петербург, Санкт-Петербургский государственный университет
Peter.Tovstik@mail.ru

Рассматривается трансверсально изотропная линейно упругая сплошная среда, равномерно сжатая в плоскости изотропии. При достаточно высоком уровне сжатия среда теряет устойчивость, ибо нарушается условие Адамара о положительной определенности акустического тензора. Если модули упругости постоянны, форма потери устойчивости охватывает всю среду. В противном случае форма потери устойчивости локализуется вблизи некоторой плоскости. В докладе с использованием асимптотических приближений построена локализованная форма потери устойчивости и найдена критическая деформация сжатия.

Режимы течения около точки резонанса Res 2 в задаче Куэтта-Тейлора

Моршнева И. В., Овчинникова С. Н.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
morsh4@yandex.ru

Эта статья продолжает серию работ, посвященных бифуркации коразмерности 2 в динамических системах с цилиндрической симметрией. Системы с такой симметрией встречаются в различных задачах гидродинамики, нелинейной теории упругости, нелинейной электродинамики и т. д. В качестве примера выбрана задача Куэтта-Тейлора о течении жидкости между соосными бесконечными вращающимися цилиндрами. В данной статье изучается резонансная ситуация Res 2 (всего их семь), которая возникает, когда у нейтральных мод совпадают фазовые частоты и азимутальные квантовые числа, а осевые квантовые числа

различны. Исследованы равновесия соответствующих фактор-систем (моторных подсистем).

Равновесиям моторной подсистемы отвечают периодические и квазипериодические режимы амплитудной системы, которые при значениях параметров близких к критическим дают ведущие члены асимптотики периодических и квазипериодических режимов уравнений Навье-Стокса.

Моделирование массопереноса в русловых потоках: проблемы и подходы

Надолин К. А.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
nadolin@math.rsu.ru

Моделирование массопереноса в русловых потоках на основе полных уравнений весьма затруднительно. Поэтому необходимо привлекать математические модели упрощенно, но адекватно описывающие процесс. В докладе обсуждаются особенности процесса распространения примеси в протяженных русловых потоках и возникающие проблемы, предлагаются некоторые подходы, позволяющие упростить математические модели.

Естественные водотоки всегда являются турбулентными, поэтому любая, даже самая упрощенная математическая модель должна учитывать турбулентность течения. Однако по ряду причин (низкая точность измерений, многообразие влияющих факторов, недостаточность экспериментальных данных и т.п.) можно ограничиться простейшими способами учета турбулентности. При этом необходимо иметь возможность калибровки модели по имеющимся данным наблюдений.

Построение упрощенных математических моделей основано на преобразовании уравнений Рейнольдса для несжимаемой жидкости, замкнутых на основе гипотезы Буссинеска и уравнения пассивного переноса вещества в движущейся среде с учетом процессов диссипации (диффузии и распада). Получены редуцированные пространственно трехмерные математические модели для протяженных потоков и предложена классификация таких моделей.

В основу предлагаемого подхода к выводу модельных уравнений положен тот факт, что русловые потоки характеризуются относительно малой глубиной течения по сравнению с его шириной, а также значительной протяженностью. С одной стороны, их нельзя (или не хотелось бы) рассматривать как одномерные течения, но не стоит считать и вполне трехмерными объектами. Т. е. в основу упрощения модели и понижения ее размерности могут быть положены геометрические параметры области течения. Отношение между характерной глубиной и характерной шириной речного русла колеблется в пределах от 0.1 до 0.005, что может быть основой применения методов малого параметра.

Подходы, использующие малый параметр, приводят к рекуррентным последовательностям модельных задач, что позволяет при необходимости повысить точность моделирования. Переход к осредненным величинам дает возможность

понизить размерность возникающих математических моделей, а подбор коэффициентов позволяет провести их калибровку и согласовать с имеющимся экспериментальным материалом.

Рассматриваемые модельные уравнения описывают течение в русловых потоках как пространственно трехмерный процесс, при этом они существенно проще полных трехмерных уравнений, а в некоторых случаях – и двумерных. В отличие от распространенных осредненных моделей, предлагаемые модели учитывают пространственную структуру течения, что позволяет исследовать влияние формы дна и береговой линии русла, а также некоторых внешних факторов (например, воздействие ветра) на особенности течения.

Формирование и эволюция зон необратимых деформаций в окрестности глубоких скважин в массивах горных пород

Назарова Л. А.* , Назаров Л. А.* , Эпов М. И. , Ельцов И. Н.****

**Новосибирск, Институт горного дела СО РАН*

***Новосибирск, Институт нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН*

larisa@misd.nsc.ru

Оценка устойчивости призабойной зоны, обоснование способа крепления, интерпретация данных электрического и акустического каротажа – вот далеко не полный перечень проблем, для решения которых необходима информация о геомеханических полях в окрестности добычных скважин, достигающих в настоящее время глубин 4–5 км. Несмотря на то, что бурение ведется в режиме репрессии, в окрестности скважин возникают области концентрации напряжений, которые могут стать причиной разрушения прискважинной зоны.

Построены модели процессов возникновения и эволюции зон возможных разрушений в окрестности глубоких скважин. Деформирование и разрушение среды описывались упругопластической моделью с дилатансией и ассоциированным законом пластичности. Рассмотрены два типа задач:

- 1) горизонтальное сечение скважины в неравнокомпонентном поле внешних напряжений;
- 2) вертикальное сечение скважины (осевая симметрия).

Реализация модели осуществлялась методом конечных элементов с использованием оригинального кода.

Глубина добычных скважин на 3–4 порядка превышает их радиус, для достижения приемлемой точности линейные размеры конечных элементов не должны сильно различаться, поэтому оказалось невозможным использование традиционного способа описания процесса пошагового продвижения забоя методом начальных напряжений из-за требования несоразмерных вычислительных ресурсов. Здесь предложен иной подход: конфигурация расчетной области остается неизменной, а продвижение забоя вниз имитируется «смещением вверх» свойств среды и соответствующим изменением граничных условий.

Численные эксперименты показали, что:

- в неравнокомпонентном поле внешних напряжений незначительное уменьшение прочностных характеристик среды может привести к существенному увеличению размеров зон возможных разрушений;
- в окрестности скважины могут возникать необратимые деформации удлинения, которые вызывают увеличение проницаемости призабойной зоны на 5–8%;
- начиная с определенной глубины впереди забоя скважины, существует зона разрушений, которая с одной стороны ускоряет процесс бурения, а с другой — может стать причиной отклонения скважины от заданной траектории.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 10-05-00736) и Интеграционного проекта Сибирского отделения РАН № 60.

Микроструктурное конструирование и моделирование
поликристаллических пьезокомпозиционных материалов
по методам эффективных модулей и конечных элементов

Наседкин А. В., Рыбьянец А. Н.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
nasedkin@math.rsu.ru

Рассматривается комплекс вопросов, связанных с исследованием технологии получения и анализа эффективных свойств поликристаллических пьезокомпозиционных материалов на примере композита ЦТС или PZT/ α — Al_2O_3 (корунд).

На основе предложенной ранее концепции микроструктурного конструирования поликристаллических композиционных материалов представлена технология получения и методика измерения композитов пьезокерамика-корунд. Получены элементы пьезоактивных композитов с объемной концентрацией кристаллического порошка от 0 до 60 процентов. Разработана методика и выполнены измерения упругих, диэлектрических и пьезоэлектрических параметров, а также микроструктурные исследования полученных керамических композитов.

Как показали исследования микроструктуры композитов пьезокерамика-корунд, с ростом концентрации частиц корунда в композите пористость постепенно возрастает, а размер пор увеличивается и изменяется их геометрия. При этом частицы корунда располагаются ближе друг к другу. В большинстве случаев при достаточно близком их расположении между ними наблюдаются крупные поры, существенно превосходящие по размеру поры в пьезокерамической матрице. Таким образом, исследования зависимостей упругих, диэлектрических и пьезоэлектрических параметров керамических композитов от содержания кристаллических включений должны рассматриваться с учетом экспериментально зафиксированного появления и увеличения относительной пористости композита наряду с влиянием непьезоэлектрической фазы корунда.

Для исследования эффективных свойств поликристаллических композиционных материалов развивается подход, основанный на методах эффективных

модулей, моделировании представительных объемов и применении конечно-элементных технологий. Приведены результаты расчетов полного набора эффективных модулей при различных объемных концентрациях кристаллического материала. Задачи для представительного объема решались численно с использованием метода конечных элементов и специально разработанных программ на командном языке APDL ANSYS. Обсуждены результаты расчетов эффективных модулей для различных типов представительных объемов. В качестве усложнения при моделировании было учтено наличие дополнительной пористости пьезокерамического материала и неравномерной поляризации в окрестности кристаллических включений.

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг.

Моделирование пороупругого нелинейного многослойного пласта с трещиной при гидродинамическом воздействии

Наседкина А. А.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

nasedkina@math.rsu.ru

В работе представлена математическая и численная модель процесса разрушения многослойного угольного пласта с кольцевой внутренней трещиной при гидродинамическом воздействии на него с целью извлечения метана. Гидродинамическое воздействие осуществляется путем нагнетания в пласт воды под давлением через скважину, пробуренную с земной поверхности. Закачиваемая жидкость перемещается вглубь пласта, оттесняя и сжимая метан, находящийся первоначально в порах в связанном сорбированном состоянии. При достижении давлением величины гидроразрыва в пласте появляются трещины, и метан высвобождается из пор. Нарушение структуры угольного пласта приводит к газоотдаче в зоне дегазации.

Математическая модель формулируется с позиции теории пороупругости в осесимметричной постановке. Угольный пласт рассматривается как двухфазная пористая среда, состоящая из твердой фазы скелета и жидкой фазы фильтрующегося в порах флюида. Проводится связанный нестационарный анализ для твердой и жидкой фаз, то есть совместное решение уравнений деформации пористого тела и фильтрации жидкости по закону Дарси в пористой среде. Пласт состоит из трех слоев (угольный слой, глинистый и песчаный сланцы), имеющих различные механические и фильтрационные свойства. Угольный слой имеет трещину и характеризуется нелинейной зависимостью коэффициентов фильтрации от порового давления.

Численное решение нелинейной нестационарной задачи пороупругости осуществляется с помощью техники метода конечных элементов, реализованной в пакете ANSYS версии 11.0. Для моделирования сингулярности напряжений в

окрестности вершины трещины при построении конечно-элементной сетки используется сдвиг узлов на четверть длины стороны для элементов, окружающих вершину трещины. Аналогия между уравнениями для пороупругих и термоупругих сред позволяет применить к данной задаче стандартные модули ANSYS для решения задач термоупругости. Для улучшения сходимости итерационного решения в ANSYS систем нелинейных уравнений метода конечных элементов на каждом временном слое расчеты проводились в безразмерной постановке. В качестве критерия разрушения рассматривались коэффициенты интенсивности напряжений.

В качестве входных данных были взяты параметры трехслойного угольного пласта вблизи одной из скважин Краснодонецкого месторождения Донбасского бассейна с трещиной в угольном слое. Результаты расчетов позволили получить картины распределения порового давления, перемещений, деформаций и напряжений, определить значения функции порового давления в различные моменты времени и в различных точках расчетной области, а также провести анализ концентрации напряжений в вершине трещины. На основе анализа распределения давления и концентрации напряжений было определено влияние трещины на величину зоны дегазации.

Вибрационная конвекция Рэлея-Марангони при нагреве сверху

Новосядлый В. А.*, Прозоров О. А.**

**Ростов-на-Дону, ФГНУ НИИ «Спецвузавтоматика»*

***Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
oprozorov@mail.ru*

Рассматривается задача о возникновении вибрационной конвекции в одно- и двухслойной системах жидкости при подогреве сверху. Получены условия потери устойчивости, исследовано влияние многослойности на возникновение конвекции.

Об устойчивости системы частиц в вершинах квадрата внутри круговой области

Островская И. В.

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
ostrov@math.rsu.ru*

Исследуется устойчивость стационарного вращения системы четырех одинаковых частиц, помещенных в вершины квадрата внутри круговой области. Задача рассмотрена в точной нелинейной постановке. Получены необходимые и достаточные условия устойчивости.

Работа выполнена при поддержке Федерального агентства по науке и инновациям Российской Федерации (госконтракт № 02.740.11.5189)

Мезомеханика упрочнения материалов нанодисперсными включениями

Панин В. Е., Дерюгин Е. Е., Кульков С. Н.

Томск, Институт физики прочности и материаловедения СО РАН

dee@ispms.tsc.ru

На основе совместных подходов мезомеханики и неравновесной термодинамики показано, что любые нановключения, в том числе с низким модулем упругости и нанопоры, обуславливают упрочнение материала.

Критические частоты и высокочастотные колебания для тел с винтовой анизотропией

Панфилов И. А., Устинов Ю. А.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

mechanic_rgu@mail.ru

На основе трехмерной теории упругости исследуются особенности распространения гармонических волн в полом цилиндре с винтовой анизотропией. Основное внимание уделено изучению осесимметричных колебаний. Для анализа высокочастотных колебаний разработан и реализован численный метод определения критических частот и построения дисперсионных кривых.

Влияние начального напряженного состояния на волновое поле в структуре «слоистый пьезоэлектрик-диэлектрическая подложка»

Пипа В. А., Михайлова И. Б.

Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН

sidinfo@mail.ru

В рамках линеаризованной теории электроупругости рассмотрены задачи о распространении поверхностных волн в преднапряженных слоистых пьезоактивных средах на диэлектрической подложке. Исследовано влияние изменения структуры среды, различных видов начального напряженного состояния составляющих структуры, а также влияния свойств диэлектрической подложки на дисперсионные свойства среды. Изучено влияние изменения геометрии и свойств среды на ее динамические характеристики: структуру поверхностного волнового поля, скорости распространения поверхностных волн и коэффициент электромеханической связи как для случая свободной, так и металлизированной поверхности.

О вычислительной механике композитов

Победря Б. Е.

Москва, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
rob@mail.ru

Вычислительная механика композитов (и нанокompозитов) представляет собой бурно развивающийся раздел механики неоднородного деформируемого тела. Её цель — получение с заданной точностью решения необходимых задач с использованием возможного класса компьютеров (для разных классов методы решения различны).

Основой вычислительной механики композитов в последнее время служит метод осреднения. Рассмотрена постановка решения линейных и нелинейных задач механики композитов в напряжениях и моментных напряжениях. Описывается способ получения определяющих соотношений для этих задач обобщённым методом осреднения.

Контактные давления и температуры в задаче о движущемся штампе при учете тепловыделения от трения

Пожарский Д. А.*, Чебаков М. И.**

**Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет*

***Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики
им. Воровича И. И. ЮФУ
chebakov@math.rsu.ru*

Рассмотрена плоская контактная задача о движущемся штампе при учете тепловыделения от трения между штампом и упругой полосой большой толщины. Использована несвязанная квазистационарная постановка задачи термоупругости в подвижной системе координат. Задача сведена к системе интегрального и интегро-дифференциального уравнений относительно контактного давления и контактной температуры. Интегральное уравнение для толстой полосы сводится к сингулярному интегральному уравнению с ядром Коши и решается аналитически. Интегро-дифференциальное уравнение сводится к интегральному уравнению второго рода относительно контактной температуры и решается численно по методу коллокаций или аналитически. Для трения использован закон Кулона, коэффициент трения не зависит от температуры. Сделаны расчеты контактных давлений и температур при разных значениях коэффициента трения, скорости движения штампа, вдавливающей штамп силы, относительной толщины слоя и для разных форм основания штампа (плоское основание, параболическое основание).

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант №08-08-00873)

Автомодельный сценарий перехода к электроконвекции в ионообменных мембранах

Полянских С. В., Гусарчук А. Н., Демёхин Е. А.
Краснодар, Кубанский государственный университет
mathf@rambler.ru

В докладе рассматриваются нестационарные процессы в растворе электролита между двумя параллельными полупроницаемыми электрическими мембранами. Рассматривается одномерное нестационарное решение задачи, потеря гидродинамической устойчивости которого ответственна за появление нового режима электроконвекции в системе. Задача решается в предположении малости дебаевской толщины, основанной на нестационарной толщине диффузионного слоя. Численный и асимптотический анализ задачи показал, что эволюция во времени одномерного решения носит автомодельный характер вплоть до потери им устойчивости и возникновения электроконвекции. Полученные теоретические результаты качественно подтверждаются недавно проведенными экспериментами.

Об устойчивости двуслойного полого цилиндра, нагруженного внешним давлением

Попов А. В.
Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
a_v_popov@mail.ru

Рассматривается задача нелинейной теории упругости об устойчивости цилиндрической оболочки, к внешней боковой поверхности которой приложено равномерно распределенное давление. Оболочка состоит из двух вставленных друг в друга полых круговых цилиндров. В недеформированном состоянии внешний радиус внутреннего цилиндра больше внутреннего радиуса внешнего цилиндра. Таким образом, исследуемая цилиндрическая оболочка состоит из двух предварительно напряжённых слоёв. Требуется определить, как возникающие начальные напряжения влияют на устойчивость данной конструкции. Для решения поставленной задачи используется модель нелинейно-упругого изотропного несжимаемого материала. Получены уравнения нейтрального равновесия, линеаризованные граничные условия и условия сопряжения на границе между слоями. На основе точного решения нелинейной задачи Ламе для составного цилиндра находится невозмущенное состояние равновесия. Задача устойчивости сводится к анализу системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Численное решение полученной системы позволяет ответить на вопрос о влиянии начальных внутренних напряжений на величину критического давления, действующего на рассматриваемый составной цилиндр.

Работа выполнена при финансовой поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг. НК-527.

Интегральные уравнения динамических задач для многослойных сред с учетом связанности физических полей

Пряхина О. Д., Смирнова А. В.

Краснодар, Кубанский государственный университет
 donna@kubsu.ru

Актуальность исследований, посвященных изучению закономерностей проявления эффектов взаимодействия физических полей (механических, температурных, электрических) в деформируемых средах, обусловлена как широким использованием во многих отраслях науки и техники устройств, функционирующих на их основе, так и развитием новых технологий производства искусственных материалов, обладающих, например, хорошо выраженными пьезоэлектрическими или пироэлектрическими свойствами. К числу важных проблем, возникающих при проектировании преобразователей различного типа, относятся определение волноводных свойства материалов и конструкций, а также обеспечение их механической и электрической прочности. Одним из подходов к решению указанных проблем является сведение уравнений термоэластостатики со смешанными граничными условиями к системам интегральных уравнений (СИУ). В работе предлагается эффективный метод построения СИУ для слоистых термоэластостатических сред, основанный на использовании фундаментальных результатов научных исследований в области решения статических и динамических смешанных задач классической теории упругости, выполненных академиком РАН И. И. Воровичем и под его руководством. Применение метода продемонстрировано на примере ряда динамических задач для слоистых упругих сред с системой внутренних включений и трещин, а также для составных пьезоэлектриков, принадлежащих классу 6 mm гексагональной сингонии с электродными структурами.

Групповой анализ уравнений несжимаемой вязкоупругой среды Максвелла

Пухначев В. В., Мещерякова Е. Ю.

Новосибирск, Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН
 pukhnachev@gmail.com

Рассматриваются неустановившиеся движения несжимаемого вязкоупругого континуума Максвелла с постоянным временем релаксации. Эта система имеет как вещественные, так и комплексные характеристики, что осложняет постановку начально-краевых задач. Изучен класс эффективно одномерных движений, для которых подсистема трех уравнений является гиперболической. Асимптотический анализ последней указывает на возможность образования разрывов в процессе эволюции решения. Общая система уравнений движения допускает бесконечномерную псевдогруппу Ли, которая содержит расширенную группу Галилея. С целью получения точных решений задач со свободными поверхностями,

доказана теорема об инвариантности условий на априори неизвестной свободной границе. Построены точные решения задач о заполнении сферической полости и о деформации вязкоупругой полосы.

Монотонная потеря устойчивости двумерных сдвиговых течений с нулевым средним

Ревина С. В.

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет; Владикавказ, Южный
математический институт ВЦ РАН*

revina@math.rsu.ru; rmi@aaanet.ru

Построена длинноволновая асимптотика задачи устойчивости двумерных стационарных пространственно-периодических течений вязкой несжимаемой жидкости в случае, когда один из пространственных периодов стремится к бесконечности. В качестве основного течения рассматривается сдвиговое течение $(0; V(x))$ с нулевым средним вдоль длинного периода. Показано, что в случае, когда $V(x)$ является нечетной функцией, происходит монотонная потеря устойчивости, явно найдены первые члены асимптотики.

Конечные деформации в материалах с изменяемой структурой

Роговой А. А.

Пермь, Институт механики сплошных сред УрО РАН

rogovoy@icmm.ru

Известно, что часть пластической работы, затраченной на деформирование материалов, переходит в тепло, а часть идет на изменение энергий дислокаций, дефектов и т.п. и энергий их взаимодействия. На макроуровне это новое состояние структуры материала проявляется в изменении его упругих и пластических характеристик. В последние годы появились систематические экспериментальные исследования, позволяющие разделить затраченную пластическую работу на запасённую и тепловую части энергии. Для правильной интерпретации полученных в этих работах результатов необходим подход, приводящий к уравнению теплопроводности, а именно к той его части, которая связана с производством тепла неупругими источниками, в рамках конечных деформаций. Такой подход разработан в предыдущих работах автора и использован в настоящей при рассмотрении вопроса о разделении неупругой энергии на тепловую и скрытую, связанную со структурными изменениями в материале. При этом, опираясь на экспериментальные данные, полагалось, что упругие свойства материала не зависят от изменений структуры, связанных с пластическими деформациями. Описана экспериментальная кривая доли общего количества пластической работы, перешедшей в тепло.

Задача об одностороннем контакте двух пластин, одна из которых содержит жесткое включение

Ротанова Т. А.

Новосибирск, Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН
t.stekina@gmail.com

Теория вариационных неравенств возникла из практической задачи (известной теперь как задача Синьорини, 1933) и тесно связана с приложениями. С развитием вариационных неравенств и применением вариационного подхода связано значительное продвижение в исследовании задач со свободными границами в последние годы. Задачи со свободными границами — это задачи, в которых неизвестная заранее функция в разных частях области удовлетворяет качественно различным условиям. Граница раздела этих зон, называемая свободной границей, также является неизвестной. Большое число физических и инженерных задач со свободной границей могут быть сформулированы как вариационные, в частности, задачи о контакте упругих и неупругих тел. Поэтому математический анализ контактных задач крайне актуален.

Значительное число как зарубежных, так и отечественных исследований настоящего времени посвящено широкому классу контактных задач с неизвестной областью контакта. Следует отметить однако, что до настоящего времени исследования пластин, содержащих жесткие включения, систематически не проводились. Из работ, посвященных этому вопросу, можно назвать ряд работ А.М. Хлуднева. Контактные задачи для двух упругих пластин, одна из которых содержит жесткое включение, можно найти в работах Н.В. Неустроевой, однако в этих работах рассматриваются только вертикальные перемещения пластин.

В данной работе рассматривается вопрос о равновесии двух упругих пластин, расположенных под углом друг к другу, под действием внешних сил (модель Кирхгофа-Лява). Нижняя пластина содержит жесткое включение и деформируется в своей области, а верхняя пластина подвергается изгибу. Область контакта заранее неизвестна и подлежит определению. В работе проанализированы возможные случаи расположения жесткого включения. Если жесткая часть нижней пластины кроме области контакта пластин захватывает часть границы нижней пластины, не контактирующую с верхней, то нижнюю пластину можно интерпретировать как тонкое препятствие для верхней пластины, и мы получим задачу о контакте верхней пластины с жестким препятствием. Показано, что задача может быть получена как предельная для семейства задач теории упругости с параметром.

Метод дискретных особенностей в применении к решению задач для областей с краевыми трещинами

Саакян А. В.

Ереван, Институт механики НАН РА
avsah@mechins.sci.am, avsakhayan@gmail.com

Эффективность метода дискретных особенностей для решения сингулярных интегральных уравнений с обобщенными ядрами типа Коши демонстрируется на примере двух задач с граничными трещинами. Представлена квадратурная формула наивысшей алгебраической точности для нахождения раскрытия трещины.

Оценки сходимости нестационарных решений к устойчивым стационарным течениям задачи обтекания

Сазонов Л. И.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет; Владикавказ, Южный математический институт ВЦ РАН
sazonov@math.rsu.ru, lsznv.46@mail.ru

В работе исследуется поведение решений нестационарной системы Навье-Стокса во внешней области трехмерного пространства в окрестности устойчивого стационарного решения, в частности, в окрестности устойчивого стационарного течения задачи обтекания ограниченного тела. Выделен класс функциональных пространств, в которых существуют малые глобальные решения из указанной окрестности. Для решений из выделенного класса пространств без предположений об их малости установлены оценки норм при больших значениях времени в зависимости от свойств начальных данных.

Численное решение задачи о колебаниях и звукоизлучении трехслойной цилиндрической оболочки из полимерного композита

Сафроненко В. Г.*, Трифонов В. В.*, Шутько В. М.**

**Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики
и.м. Воровича И. И. ЮФУ*

***Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*
safron@math.sfedu.ru

Рассматриваются вынужденные гармонические колебания цилиндрической оболочки трехслойной структуры из полимерного композита в акустической среде. Определяющие уравнения полимерного связующего соответствуют теории термовязкоупругости. Для описания процесса распространения акустических волн используется уравнение Гельмгольца. Реализуется численный подход, связанный с использованием метода разложения в ряды Фурье с последующим

применением метода прогонки. Исследуются амплитудно-частотные и диссипативные характеристики оболочки, а также дальнее поле звукового давления в зависимости от параметров задачи.

Концепция ослабленной зоны и прочность поликристаллических тел

Симонов И. В.

Москва, Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН
simonov@ipmnet.ru

Предложен дислокационный подход к изучению поведения ослабленной зоны в упругой среде — разреза, по всей поверхности которого действуют ненулевые силы сцепления. Он основан на описании раскрытия поверхностей разреза некоторой базисной функцией, содержащей произвольные постоянные и удовлетворяющей ряду физических ограничений, включая асимптотически «правильное» поведение напряжений и раскрытия разреза у его вершин. Это позволяет рассмотреть общие закономерности эволюции такого дефекта и строить аналитические оценки предельных нагрузок независимо от природы сил сцепления. Указанный подход использован в ряде задач взаимодействия трещиноподобных дефектов, а также при анализе прочности поликристалла с применением теории перколяции.

Патологическая извитость артерий и возможные методы исследования процесса ее образования

Соколов А. В.

Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН
arcady_sokolov@mail.ru

Рассмотрено явление патологической извитости позвоночных артерий и возможные механические причины ее возникновения. В качестве одного из методов исследования роли различных механических факторов в процессе возникновения патологической извитости и напряженно-деформированного состояния в стенке сосуда с патологией рассмотрен случай деформации пространственного изгиба полого нелинейно упругого сосуда при наличии внутреннего давления.

Аналитическая оценка бокового удара колеса локомотива о железнодорожный рельс

Солодовник М. Д., Буряк В. Г., Мушкаев Я. В.

Луганск, Восточнoукраинский национальный университет им В. Даля
ysms@ukr.net

Как известно, наибольшие динамические контактные напряжения при действии колеса на железнодорожный рельс имеют место в стыковочной части. Не

меньшую опасность представляют боковые ударные нагрузки, когда колёсная пара входит в кривые участки пути и на крестовинах стрелочных переводов.

Для аналитической оценки интенсивности бокового удара $P(t)$ достаточно реализовать совместную систему дифференциальных уравнений поперечного скольжения колеса по рельсу с граничными условиями относительно $v(x, t)$ — поперечного изгиба рельса и $y(x, t)$ — поперечного смещения колеса по рельсу.

Ввиду того, что нами рассматривается задача о столкновении упругих тел, то к полученному решению присоединяется их деформационное сближение.

В качестве примера был исследован поперечный удар колёсной пары о середину рельса Р65 длиной $l = 5$ м при скорости удара $v_{oy} = 3$ м/сек. При соответствующих значениях других параметров период основной формы колебаний системы оказался равным 0.0038 сек. В случае отсутствия бокового отпора — период составил 0.1127 сек. Из физических соображений время максимального сближения рельса и колеса составляет четверть периода, т. е. 0.0009 сек. При этом поперечный динамический изгиб рельса составил $V_{max} = 0.00543$ м. Причём $V_{max} > y_{max}$. Последнее означает, что рельс после отскока гребня колеса от его головки, в силу приобретённой энергии, «продолжает» увеличивать свой изгиб до максимального значения и, возвращаясь, повторно ударяется о колесо.

Очевидно, что экстремальные боковые воздействия, складываясь с номинальными воздействиями на верхней площадке рельса, вызывают высокие скалывающие напряжения внутри рельса, что, в конечном счёте, инициирует их разрушение.

Анализ напряженно-деформированного состояния вблизи вершины трещины в материале со степенным определяющим законом

Степанова Л. В.

Самара, Самарский государственный университет

lst@ssu.samara.ru

Приводятся решения класса нелинейных задач на собственные значения, следующих из проблем определения напряженно-деформированного состояния вблизи вершины трещины нормального отрыва, поперечного и продольного сдвигов в материале со степенной зависимостью между деформациями и напряжениями. Для нахождения собственных значений используется метод возмущений, основанный на разложении собственного значения, соответствующей собственной функции и показателя нелинейности материала в ряд по степеням малого параметра, представляющего собой разность между собственными значениями, отвечающими линейной и нелинейной задачам. Дано сравнение полученных собственных значений с точным численным решением рассматриваемой нелинейной задачи на собственные значения.

Применение процедуры восполнения напряжений при решении
нелинейных краевых задач механики деформируемого твёрдого тела
методом конечных элементов

Столбова О. С., Роговой А. А.

Пермь, Институт механики сплошных сред УрО РАН

sos@icmm.ru

Для нелинейной задачи рассматривается применение процедуры восполнения напряжений, основанная на определении узловых сил с помощью матрицы жесткости, полученной методом конечных элементов для вариационного уравнения Лагранжа, записанного в начальной конфигурации. По найденным из решения этого уравнения перемещениям в узлах сетки и при известных матрицах жесткости элементов строятся векторы приведенных к узлам усилий. С другой стороны, эти узловые силы определяются через неизвестные распределенные по поверхности элемента усилия и заданные функции формы. В результате получается система интегральных уравнений Фредгольма первого рода для нахождения распределенных усилий. При найденных значениях усилий на поверхностях сетки конечных элементов (в том числе и в узлах) с использованием соотношений Коши для начальной конфигурации определяются значения тензора напряжений Пиола-Кирхгофа первого рода в узлах. Линеаризованное представление этого тензора позволяет найти все производные по координатам от приращения вектора перемещений без использования операции дифференцирования.

Динамическая смешанная задача для термоупругого слоя

Суворова Г. Ю.*, Богомолов А. С.**

**Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН*

***Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

galias@yandex.ru

Рассматривается динамическая смешанная связанная задача о возбуждении акустических волн на поверхности трансверсально-изотропного термоупругого слоя под действием тепловой нагрузки. Вне этой области поверхность слоя теплоизолирована. Колебания предполагаются установившимися по гармоническому закону, поверхность слоя — свободной от механических напряжений, нижняя грань — теплоизолированной и заземленной. Методами операционного исчисления краевая задача сведена к системе обыкновенных дифференциальных уравнений относительно образов Фурье вектора механических перемещений и температуры. Построено интегральное представление перемещения произвольной точки слоя, а также распределения температуры. На основе этого представления построено интегральное уравнение относительно перемещений. Исследованы свойства ядра интегрального оператора. Предложен метод и построено решение интегрального уравнения, описывающее распределение теплового потока в зоне контакта.

Численное исследование больших упругопластических деформаций на основе мультипликативного разложения

Султанов Л. У., Голованов А. И.

Казань, Казанский государственный университет
ls561@mail.ru

Приводится методика исследования деформаций гиперупругих тел в текущей конфигурации при мультипликативном представлении градиента деформаций. Кинематика среды описывается с помощью левого тензора Коши-Грина и в терминах главных удлинений. Наряженное состояние характеризуется тензором истинных напряжений Коши-Эйлера. Получено разрешающее уравнение в скоростях. Решение основано на инкрементальном методе. Численная реализация основана на методе конечных элементов. Приводятся примеры решения задачи.

Обратная задача об оптимальной геометрии лопасти турбины ВЭУ

Сумбатян М. А., Бондарчук А. А.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
sumbat@math.rsu.ru

В работе исследуется аэродинамика вращающейся лопасти турбины ветроэнергетической установки. Каждое нормальное сечение по размаху лопасти представляет собой плоский аэродинамический профиль одного и того же класса NASA 4412. Сечения могут отличаться друг от друга размерами и углом установки. При этом угол атаки для каждого нормального сечения определяется углом установки профиля, а также углом, который зависит от скорости ветра и является переменным по размаху. Задача решается с учетом следующих допущений: 1) жидкость идеальная (т.е. невязкая); 2) в каждом сечении задача плоская (т.е. двумерная). В рамках принятых физических гипотез получены явные выражения для аэродинамических характеристик лопасти, а также рассчитана энергия, вырабатываемая при вращении лопасти. Дана постановка и намечен алгоритм решения обратной задачи об оптимизации геометрии такой лопасти.

Длинные нелинейные волны на воде, вызванные гармоническими колебаниями вертикальной стенки

Трепачев В. В.

Ростов-на-Дону, Институт энергетики и машиностроения при ДГТУ
wave@rgashm.ru, galtrep.ru@mail.ru

Исследуется краевая задача для нелинейной системы уравнений теории длинных волн на поверхности тяжелой несжимаемой жидкости, вызванных гармоническими колебаниями вертикальной жесткой стенки. Из полученного решения вытекают составляющие известных решений в виде частных случаев. Имеется подтверждение теории данными лабораторных наблюдений.

Неустойчивость Кельвина-Гельмгольца потоков жидкости, текущих под углом друг к другу над ровным дном

Трепачев В. В.*, Трепачева Г. Н.**

** Ростов-на-Дону, Институт энергетики и машиностроения при ДГТУ*
*** Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики*
им. Воровича И. И. ЮФУ
wave@rgashm.ru, galtrep.ru@mail.ru

Исследуется неустойчивость Кельвина-Гельмгольца потоков тяжелой несжимаемой жидкости, текущих под углом друг к другу над ровным дном. Неустойчивость обусловлена относительным скольжением слоев. Изучено влияние направления волновых возмущений в пространстве на величину инкремента неустойчивого течения. Используется новое условие фильтрации влияния поверхностных волн на внутренние волны, учитывается конечность глубин слоев.

О влиянии переменного градиента упругих свойств слоя на деформирование поверхностных слоев в области индентирования

Трубчик И. С.*, Айзикович С. М., Евич Л. Н.****

** Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики*
им. Воровича И. И. ЮФУ
*** Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет*
trubchik@math.rsu.ru

Рассматриваются особенности решения контактной задачи для неоднородного по толщине слоя в случае, когда производная функции, описывающей закон неоднородности, изменяет знак один или более раз. При решении задачи используется подход, описанный ранее. Исследуется влияние переменного градиента упругих свойств среды на деформирование поверхностных слоев в области контакта слоя с жестким недеформируемым штампом. Задача поставлена в связи с необходимостью прогнозирования явления отслаивания современных покрытий сложной структуры от недеформируемой подложки.

Обобщенная граничная задача Гольденвейзера для безмоментных сферических куполов

Тюриков Е. В.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
etyurikov@pochta.ru

Получен геометрический критерий безусловной разрешимости обобщенной граничной задачи мембранной теории выпуклых оболочек в предположении, что срединная поверхность оболочки есть односвязная регулярная выпуклая поверхность с кусочно гладким краем.

О колебаниях поперечно-неоднородного слоя

Углич П. С.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
puglich@inbox.ru

Рассматриваются задачи о свободных и вынужденных колебаниях слоя, неоднородного по толщине. Приводятся результаты модельных расчётов; рассмотрена формулировка обратной задачи, сформулированы операторные уравнения для нахождения искомых функций.

Работа выполнена при финансовой поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг. НК-527 и РФФИ (грант 10-01-00194-а).

Осесимметричный изгиб нелинейно упругой кольцевой пластинки с распределенными дисклинациями

Фам Х. Т.

Ростов на Дону, Южный федеральный университет
tanhung1981@mail.ru

Исследована нелинейная задача о сильном изгибе кольцевой пластинки, нагруженной поперечным давлением. Пластинка содержит изолированную дисклинацию, а также распределенные с заданной плотностью клиновые дисклинации. На основе численного метода решения модифицированных уравнений Кармана изучено влияние дисклинаций на функцию прогиба пластинки при осесимметричной деформации.

Теория колебаний твердого стержня, основанная на модели Рэлея-Бишопа

Федотов И. А.* , Полянин А. Д. , Шаталов М. Ю.*** , Тенкам Х. Д.***

**Претория, ЮАР, Тшванский университет технологий*

***Москва, Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлунского РАН*

****Претория, ЮАР, CSIR*

polyanin@ipmnet.ru

Рассматриваются продольные колебания осесимметричного стержня с закрепленными концами. Исследование проведено в рамках модели Рэлея-Бишопа, которая учитывает как боковые смещения, так и напряжения сдвига в поперечном сечении. Колебания стержня описываются уравнением с частными производными четвертого порядка с переменными коэффициентами, содержащим смешанные производные. Обсуждаются два вида ортогональности собственных функций, соответствующих собственным значениям для гармонических колебаний стержня. Построена функция Грина и получено представление решения общей задачи о колебаниях стержня Рэлея-Бишопа с произвольными начальными условиями в виде ряда по собственным функциям. Рассмотрены колебания цилиндрического и конического стержней. Обнаружено, что простейшая (классическая) модель продольных колебаний стержня, которая описывается волновым уравнением второго порядка, может существенно завышать частоты свободных колебаний стержня по сравнению с моделью Рэлея-Бишопа. Показано, что собственные функции конического стержня выражаются через обобщенные гипергеометрические функции. В качестве примера исследованы свободные колебания стержня из сплава меди и цинка.

Разностные схемы, наследующие свойства уравнений фильтрационной конвекции

Цибулин В. Г.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

tsybulin@math.rsu.ru

Для решения двумерных и трехмерных задач фильтрационной конвекции Дарси развиты численные схемы, наследующие свойства дифференциальных уравнений.

Рассмотрены уравнения конвекции многокомпонентной жидкости в пористой среде, выведенные В. И. Юдовичем.

В случае естественных переменных предложены конечно-разностные схемы, основанные на вычислении скорости, температуры и концентрации примесей в узлах смещенных сеток.

Для плоской задачи фильтрационной конвекции показано, что метод конечных разностей и спектрально-разностный метод позволяют получить конечно-мерные системы обыкновенных дифференциальных уравнений, которые сохра-

няют свойство косимметрии исходной задачи. Приведены результаты исследования сильной неединственности решений уравнений фильтрационной конвекции и расчета непрерывных семейств стационарных конвективных режимов.

Контактные задачи для двухслойных оснований и методы их решения

Чебаков М. И., Колосова Е. М.

*Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики
им. Воровича И. И. ЮФУ
chebakov@math.rsu.ru*

В докладе изложены аналитические методы решения контактных задач о взаимодействии штампов с двухслойными основаниями в сферических, цилиндрических и прямоугольных координатах. Предполагается, что внешняя поверхность основания закреплена, слои имеют различные упругие постоянные и между собой жестко соединены, в зоне контакта отсутствуют силы трения. Изучены некоторые свойства интегральных уравнений поставленных задач, построены схемы их решения с помощью асимптотического метода и прямого метода коллокаций. Асимптотический метод позволяет исследовать задачу для относительно малых толщин слоев, а предложенный алгоритм решения задачи методом коллокаций позволяет получать решение задачи практически при любых значениях исходных параметров. С помощью предложенных методов произведен расчет распределения контактных напряжений, параметров области контакта и взаимосвязи перемещения штампа и действующей на него силы. Проведено сравнение результатов расчетов, полученных этими методами, а для случая, когда относительная толщина слоев велика, проведено сравнение с результатами, полученными на основе теории Герца.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант №08-08-00873).

Исследование особенностей полей напряжений вблизи границ цилиндрических тел на основе анализа соответствующих бесконечных систем

Шалдырван В. А., Васильев Т. А.

*Донецк, Донецкий национальный университет
shald@dongu.donetsk.ua*

Основная цель данного доклада — дать краткое описание математического аппарата, с помощью которого были установлены некоторые особенности распределения напряжений вблизи границы цилиндрических тел. Решение задач построено с использованием базиса Лурье-Воровича для слоя. Проекционными методами последние сведены к бесконечным системам алгебраических уравнений, асимптотический анализ которых позволил получить главную часть решения. Суммирование рядов осуществлено методами Чезаро и Куммера. Методика проиллюстрирована на модельных задачах.

О хрупком разрушении материала при одноосном растяжении

Швед О. Л.

Минск, Объединенный институт проблем информатики НАН Беларуси
swed@newman.bas-net.by

Вследствие пластической деформации развивается анизотропия материала. Изменяются его упругие и пластические свойства, которые описываются обобщенным упругим законом и поверхностью текучести. Девиаторное сечение поверхности, содержащее точку процесса в пространстве напряжений, трансформируется в соответствии с развивающейся анизотропией, и может утратить необходимое свойство замкнутости (вырождаться). Этот момент формально означает исчерпание ресурса пластичности и макроразрушение материала. Критерий разрушения вытекает из общей концепции поверхности текучести и полученного ранее определения ее девиаторного сечения. На его основе моделируется численно явление увеличения пластичности металла при растяжении в условиях равномерного всестороннего сжатия. Критерий применяется в данной работе для определения момента хрупкого разрушения при растяжении несжимаемого в пластическом состоянии материала: молибдена, вольфрама и стекла.

Влияние свойств покрытия на устойчивость составного микрополярного стержня при сжатии и внешнем давлении

Шейдаков Д. Н.

Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН
sheidakov@mail.ru

В условиях осевого сжатия и внешнего гидростатического давления проведен подробный анализ устойчивости нелинейно-упругого цилиндрического стержня, имеющего составную структуру — внутренняя часть (сердцевина), выполненная из микрополярного материала, и однородное внешнее покрытие. Поведение «сердцевины» изучалось в рамках модели континуума Коссера, а для описания свойств внешнего покрытия использовалась классическая модель сплошной среды. Путем численного решения линеаризованных уравнений равновесия для ряда материалов найдены критические кривые и построены области устойчивости в плоскости параметров нагружения. Проанализировано влияние жесткости и толщины внешнего покрытия на бифуркацию равновесия составного микрополярного стержня.

О поверхностной турбулентности в тонких плёнках жидкости

Шелистов В. С., Демёхин Е. А.

Краснодар, Кубанский государственный университет
shelistov_v@mail.ru

В докладе рассматривается волновое течение тонкой плёнки вязкой жидкости по гладкой вертикальной поверхности. На основе математической модели Капицы-Шкадова составляется алгоритм компьютерного моделирования такого течения, позволяющий адекватно описывать всю цепочку возникающих волновых режимов и переходов между ними. В частности, проводимое моделирование позволяет получить режим поверхностной турбулентности и найти его числовые характеристики. Результаты численного моделирования сравниваются с экспериментальными данными и подтверждаются ими.

Численные методы в рассеянии упругих волн на заглубленных объектах в двухслойной среде: Антиплоская задача

Эль-Мораби Х. М.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет, Танта университет
(Египет)
kelmorabie@yahoo.com

Развиваются быстрые итерационные методы для вычисления рассеянных волн на объекте в слоистой среде. Эти методы применены для антиплоского (сдвиговая волна) случая и основываются на построении функции Грина для двух слоев, найденной с помощью применения преобразования Фурье к неоднородному волновому уравнению Гельмгольца. Используется интегральная формула Кирхгофа-Гельмгольца, которая приводит к интегральному уравнению Фредгольма второго рода для поля перемещения. С помощью метода коллокации задача сводится к линейной алгебраической системе. Данная система решается двумя методами — методом Гаусса и итерационным методом наискорейшего спуска. Решение для поля перемещений получается в дискретном виде, осуществлено сравнение с численными результатами.

НДС замкнутой торопластинчатой оболочки вращения

Юдин С. А., Юдин А. С.

Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики
им. Воровича И. И. ЮФУ
yudin@math.sfedu.ru

Оболочки вращения, составленные из элементов кругового тора и круглых пластин, моделируют интересный и пока малоисследованный класс конструкций, называемых плоскими домкратами. Они изготавливаются из стали, имеют

большую опорную площадь пластин, высокую грузоподъемность и небольшую массу. Меридиан тора имеет составную геометрию и образуется дугами гладких кривых со сменой знака гауссовой кривизны. Работа оболочки в распор обеспечивается подачей масла под давлением в замкнутый герметичный объем оболочки. Для оболочки характерен диапазон больших перемещений и деформаций, а также цикличность нагружения и разгрузки. Однако первое нагружение начинается от упругих деформаций, поэтому интересен анализ стартового напряженно-деформированного состояния для сравнения с последующей эволюцией. В работе выполнено соответствующее моделирование на основе квадратичной геометрически нелинейной теории оболочек. По нагрузкам рассмотрены варианты внутреннего давления и его сочетания с сопротивлением на пластинах. Построены графики перемещений и интенсивности напряжений.

Особенности распространения волн Гуляева-Блюштейна и Лява в слабо неоднородных слоистых и функционально-градиентных пьезоэлектрических структурах

Юрченко А. И.*, Леви М. О.**

**Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

***Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН*

urchenko88@mail.ru

На примере краевой задачи о колебании пьезоактивной неоднородной среды изучается влияние изменения структуры среды ее свойств и геометрических параметров на особенности распространения поверхностных волн, структуру поверхностного волнового поля, поля смещений и напряжений в пьезоактивной неоднородной среде. В качестве неоднородной среды рассмотрен пьезоактивный однородный или неоднородный слой (пакет слоев) на поверхности пьезоактивного однородного полупространства.

Коррозионный износ на деформированной поверхности

Якупов Н. М., Гиниятуллин Р. Р., Якупов С. Н.

Казань, Институт механики и машиностроения

Казанского научного центра РАН

yzsrr@kfti.knc.ru

Из электрохимической теории коррозионного износа известно, что на поверхности металла, находящегося в агрессивной среде, образуется тонкая защитная пленка. Её разрушение приводит к интенсивному коррозионному износу. Возникают вопросы: какие деформации и как влияют на состояние пассивирующего слоя? На каких (на растянутых или на сжатых) поверхностях интенсивнее идет процесс коррозионного износа?

Ранее была предложена модель коррозионного износа элементов конструкций под нагрузкой, в которой учитывается влияние деформации на изменение

толщины пассивирующего слоя. Согласно предложенной модели толщина пассивирующего слоя при растягивающих усилиях уменьшается, а при сжимающих нагрузках увеличивается. Тем самым коррозионный износ на растянутых поверхностях начинается раньше. Так ли это? Сохраняется ли такая закономерность для традиционного конструкционного материала типа стали?

Для ответа на вопросы проведены два цикла исследований. В первом цикле растягивающие и сжимающие деформации на поверхностях образцов создавались приложением магнитного поля. Во втором цикле деформации на поверхностях создавались путем механического изгибания исследуемых металлических образцов. Образцы выдерживались определенное время в емкости с агрессивной средой. Далее для анализа образцов использовался экспериментально-теоретический метод. Результаты исследований показали, что модель работает адекватно

Следует отметить, что в процессе растворения скорость растворения вогнутой стороны на протяжении всего опыта больше, чем выпуклой. Возможно, здесь сказывается отсутствие пассивирующего слоя при чистом растворении кристалла KCl, находящегося в потоке раствора слабонедосыщенном раствором KCl.

Моделирование тонкостенных элементов конструкции

Якупов Н. М., Киямов Х. Г.

Казань, Институт механики и машиностроения

Казанского научного центра РАН

yzsrr@kfti.knc.ru

Ранее в работах автора описан эффективный метод расчета напряженно-деформированного состояния (НДС) тонкостенных оболочечных конструкций, имеющих сложную геометрию. Метод основан на синтезе идеи предварительной параметризации и метода конечных элементов. Этот метод, основанный на гипотезе Кирхгофа-Лява, не позволяет с достаточной степенью точности определить НДС: дефектных областей типа трещин и локальных углублений, области приложения сосредоточенных нагрузок и точечного крепления, области пересечения оболочек и т.д. В связи с этим разработка методов определения напряженно-деформированного состояния на базе объемных элементов является актуальной задачей.

Разработанный метод развит для трехмерных объектов сложной геометрии. Рассматриваемый участок конструкции параметризуется координатами единичного куба. Т. е., задается радиус-вектор произвольной точки. Дифференцированием радиус-вектора определяются координатные векторы, компоненты метрического тензора и символы Кристоффеля. Решение в каждом из прямоугольников представляется в виде интерполяционного эрмитового кубического сплайна трех переменных. Разрешающие соотношения получаются из вариационного уравнения Лагранжа. При формировании матрицы жесткости все операции выполняются в матричной форме, при этом структура интегралов одинакова. Подынтегральные выражения для каждого элемента вычисляются один раз. Все это позволяет экономить ресурсы ПЭВМ.

На базе разработанной программы выполнен анализ панели со сквозной и несквозной трещиной, определено НДС в дефектных областях, рассмотрена пространственно искривленная лопатка с несквозной трещиной.

К определению механических характеристик нанопокровтий

Якупов С. Н.

*Казань, Институт механики и машиностроения
Казанского научного центра РАН
tamas_86@mail.ru*

В настоящее время создаются различные пленки и покрытия, в том числе, многослойные с различными эксплуатационными свойствами. Один из эффективных способов получения тонких пленок и покрытий — способ напыления на подложку. Покрытия и пленки, получаемые при этом на поверхности подложки, имеют сложный рельеф поверхности вследствие неоднородности напыления.

Для пленок и покрытий со сложной структурой при наличии нано- и микродефектов (трещин, отверстий, пор и т.д.) трудно описать сложную структуру, не всегда применимы и физические методы, в частности метод «индентора».

Для исследования свойств тонких пленок и покрытий со сложной структурой в системе «подложка-покрытие» необходимо экспериментально-теоретическим методом определять интегральные характеристики, базирующиеся на двумерном подходе. При этом необходимо как-то разъединить покрытие от подложки, что представляет достаточно сложную задачу. Важной составляющей при создании новых покрытий (наноструктур) в системе «покрытие-подложка» является разработка методов и оборудования (установок), позволяющих исследовать свойства этих систем. Возникает задача определения механических характеристик покрытий, включая нанопокровтия, полученных в системе «покрытие-подложка».

Раздельно исследуются свойства подложки и пакета «подложка-покрытие». При этом используется экспериментальная установка «ДМ-1», разработанная автором, и эффективный экспериментально-теоретический метод.

Итак, последовательно выполняется: 1) определяется для пакета «покрытие-подложка» зависимость «прогиб H – давление p » и механические характеристики материала образца; 2) все работы, выполненные на первом цикле, повторяют отдельно только для подложки (пленки без покрытия); 3) вычисляют, в частности, модуль упругости или условный модуль упругости.

В качестве примера, иллюстрирующего предложенный способ, была рассмотрена полимерная пленка толщиной 0,1 мм, на которую были нанесены ионно-плазменным методом покрытия из оксида титана.

Разработанный подход нагляден и прост, нет необходимости работать непосредственно с тонким нанопокровтием, не требуется дорогостоящее оборудование.