

**СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ  
СПЛОШНОЙ СРЕДЫ**

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ XV МЕЖДУНАРОДНОЙ  
КОНФЕРЕНЦИИ

4 – 7 декабря 2011 года

Ростов-на-Дону  
2011

ББК В2.Я 431

Редакторы: Ватульян А. О., Дударев В. В., Сухов Д. Ю.

Современные проблемы механики сплошной среды. Тезисы докладов XV международной конференции, г. Ростов-на-Дону, 4 – 7 декабря 2011 г., Ростов-на-Дону, Издательство Южного федерального университета, 2011 г., 60 с.

Сборник содержит тезисы докладов XV Международной конференции «Современные проблемы механики сплошной среды» (г. Ростов-на-Дону, 4 – 7 декабря 2011 г.).

Представлены основные положения результатов исследований по моделированию деформирования тел из физически и геометрически нелинейных материалов, по устойчивости движений вязкой жидкости, аэрогидродинамике, описаны новые вычислительные технологии применительно к различным задачам механики, в частности, в механике контактных взаимодействий, теории оболочек, в гидромеханике, при расчете напряженно-деформированного состояния тел со сложными физико-механическими свойствами и их идентификации, обсуждены проблемы био- и наномеханики.

*XV международная конференция «Современные проблемы механики сплошной среды» (г. Ростов-на-Дону, 4 – 7 декабря 2011 г.) поддержана Российским фондом фундаментальных исследований, грант № 11-01-06101-г*

©Южный федеральный университет, 2011 г.

Организаторы:

Южный федеральный университет

НИИ механики и прикладной математики им. Воровича И. И. ЮФУ

Южный научный центр РАН

Программный комитет конференции:

Александров В. М., Аннин Б. Д., Баженов В. Г., Ватульян А. О., Гольдштейн Р. В.,  
Горячева И. Г., Губайдуллин Д. А., Зубов Л. М., Ильгамов М. А., Индейцев Д. А.,  
Колесников В. И., Коссович Л. Ю., Куликовский А. Г., Липанов А. М., Ломакин Е. В.,  
Любимов Г. А., Манжиров А. В., Матвеев В. П., Панин В. Е., Победра Б. Е.,  
Пухначев В. В., Радаев Ю. Н., Тарлаковский Д. В., Устинов Ю. А., Фомин В. М.,  
Черный Г. Г.

Организационный комитет конференции:

Жуков М. Ю., Калинин В. В., Карякин М. И., Наседкин А. В., Сафроненко В. Г.,  
Соловьев А. Н., Сумбатьян М. А., Чебаков М. И., Юдин А. С.

## Анализ влияния кривизны упругих тел на напряженно-деформированное состояние в зоне их контакта

**Азаров А. Д.<sup>\*,\*\*</sup>, Бабенко И. С.<sup>\*</sup>, Журавлев Г. А.<sup>\*\*</sup>**

*\*Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики  
им. Воровича И. И. ЮФУ*

*\*\*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет  
polyani49@mail.ru*

В настоящей работе проводится сравнительный анализ характера влияния кривизны контактирующих тел на НДС в зоне контакта и выполняется сравнение решений задач для полупространства и для цилиндра (в плоской постановке), нагруженных контактным давлением в соответствии с теорией Герца. В основу анализа НДС положены точные решения двух задач (Буссинеска и Мусхелишвили) и принцип суперпозиции для расчета влияния распределенной контактной нагрузки.

В ходе исследования обнаружена корреляция интенсивности касательных напряжений и среднего давления в цилиндре: в точках поверхности цилиндра при приближении к зоне контакта с ростом интенсивности касательных напряжений пропорционально растет и среднее давление. Разница интенсивности касательных напряжений и среднего давления в цилиндре и в полупространстве увеличивается при приближении к зоне контакта.

## Нелинейно-деформируемая трехмерная механическая модель несжимаемых упругих материалов

**Азаров Д. А.**

*Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет  
danila\_az@mail.ru*

Предложена трехмерная механическая модель для описания больших деформаций нелинейно-упругих тел в условиях постоянного объема. Модель представляет собой элементарный куб упругой изотропной сплошной среды с заключенной в него трехмерной механической системой пружин (связей), отражающих взаимодействия между гранями куба. Узлы системы закреплены в центрах этих граней. «Пружины-связи» данной модели считаются нелинейно-упругими. Характеристики жесткости пружин рассматриваются как некоторые интегральные оценки силовых взаимодействий общей структуры материала. При этом допускаются и отрицательные значения жесткостей, что является отражением реальных сил притяжения в физической среде. Для изотропного материала вводятся два типа взаимодействий (две характеристики материала): между противоположными гранями (поперечные) и между смежными (диагональные).

Разработана процедура определения функций внутренних характеристик модели: нелинейно-упругих жесткостей связей, которые позволяют описать экспериментальные данные одноосного растяжения — сжатия резиноподобных материалов при больших деформациях.

## Сегментирование и анализ нестационарных временных рядов на примере кардиограмм

**Акименко М. О.**

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*  
akimenco-85@mail.ru

Рассмотрен ряд методов сегментирования и анализа нестационарных временных рядов на примере кардиограмм здорового и больного аритмией человека.

На основании полученного ряда R-R интервалов, характеризующих продолжительность сердечных циклов, проведен временной анализ, построены и проанализированы ритмограмма, гистограмма и графики Пуанкаре с величиной сдвига от 1 до 6. Для двух исследуемых кардиограмм проведен частотный анализ и построен спектр мощности. Проведен детренд-анализ последовательности флуктуаций и построен график зависимости среднеквадратических отклонений от размера сегмента последовательности. Получены результаты для здорового и больного аритмией человека.

Представленные в работе алгоритмы сегментирования позволяют идентифицировать не только кардиографические комплексы, но и определять разладки во временных рядах различного происхождения. Используемые методы анализа временного ряда позволяют определять различные отклонения от нормы по характеру ЭКГ записи.

## Исследование пьезогенераторов кантилеверного типа: конечно-элементное моделирование и эксперимент

**Акопьян В. А.\*, Паринов И. А.\*, Рожков Е. В.\*, Шевцов С. Н.\*\***

*\*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

*\*\*Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН*

rozhkov@math.rsu.ru

В результате конечно-элементного и экспериментального анализа электрофизических параметров пьезогенератора кантилеверного типа рассчитаны оптимальные характеристики пьезогенератора, позволяющие получить его максимальную выходную мощность с высоким КПД.

## Странные аттракторы в системах с цилиндрической симметрией

**Алексеев А. А.**

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*  
alxv@bk.ru

Работа посвящена изучению хаотических режимов течения жидкости между вращающимися цилиндрами в окрестности точки пересечения нейтральных кривых, колебательной потери устойчивости в нерезонансном случае. Амплитудная

система, соответствующая точкам такого типа, получена с помощью теории бифуркаций коразмерности 2 в системах с цилиндрической симметрией, и впервые была выписана в работах В. И. Юдовича и С. Н. Овчинниковой. Данная работа посвящена исследованию сложных режимов движения амплитудной системы. Установлено, что при определенных значениях параметров от равновесий общего положения может ответвляться предельный цикл, который претерпевает серию бифуркаций, приводящую к возникновению странного аттрактора.

### Обратная задача об определении переменной жесткости пластины при изгибных колебаниях

**Аникина Т. А.\* , Углич П. С.\*\***

*\* Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет*

*\*\* Владикавказ, Южный математический институт РАН*

atanusha@mail.ru

В работе рассматривается обратная задача об определении переменной жесткости круглой пластины, которая совершает вынужденные установившиеся колебания под действием равномерно распределенной нагрузки. Представлено решение прямой задачи с помощью метода Ритца и метода пристрелки для различных законов изменения жесткости при различных граничных условиях. Произведено сравнение результатов с известными аналитическими решениями для однородной круглой пластины. Решение обратной задачи сведено к решению задачи Коши для оператора 1-го порядка с переменными коэффициентами. Для решения обратной задачи использован проекционный метод Галеркина. Приведены результаты численных экспериментов для различных законов распределения жесткости и граничных условий.

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 10-01-00194-а), ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (госконтракт П596) и Южного математического института г. Владикавказ.

### Статический изгиб двухслойной пластинки из ортотропного материала при различных способах закрепления краев

**Аристамбекова А. В.**

*Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского*

aristambekovaav@mail.ru

В работе рассмотрена задача статического изгиба двухслойной прямоугольной пластинки в пространственной постановке. Материал слоев предполагается упругим ортотропным. Считается, что два края пластинки свободно оперты, а два других закреплены произвольно.

Реализован алгоритм численного решения, который основан на понижении размерности записанных уравнений для определения характеристик НДС методом сплайн-коллокации. Полученная краевая задача для системы ОДУ I порядка решена численным методом дискретной ортогонализации.

Анализ результатов показывает, что добавление к однослойной пластинке даже очень тонкого слоя из более жесткого материала меняет величину прогиба и напряжений в пластинке.

## К проблеме исследования и упреждения некоторых типов оползней

**Бабешко В. А.\* , Евдокимова О. В.\*\* , Горшкова Е. М.\* ,  
Бабешко О. М.\* , Иванов П. Б.\*\*\***

*\*Краснодар, Кубанский государственный университет*

*\*\*Краснодар, Южный научный центр РАН*

*\*\*\*Краснодар, ГУ МЧС по Краснодарскому краю*

*babeshko@kubsu.ru*

Оползни рассматриваются как блочные структуры, состоящие из блочных элементов, границы между которыми начинают появляться по мере изменения свойств среды. Эти границы рассматриваются как вертикальные плоскости, которые в свою очередь подвержены изменениям, старению. В некоторых случаях они имеют форму, близкую к цилиндрической. По мере старения плоскости становятся разнотипными, и среде, из которых состоят плоскости, оказывается все сложнее удерживать блочные элементы в контакте. В результате образуются трещины, которые затем распространяются по всей плоскости контакта и блок разрушается. Немаловажную роль в разрушении играет также возможность просачивания грунтовых вод между рельефом основания и оползневыми блоками. Это приводит к уменьшению коэффициента трения между блоками и основаниями. Последняя часть, связанная с изменением коэффициента трения и в случае наклонного основания достаточно легко анализируется методами теоретической механики. Наиболее сложной является часть, связанная с контактом блоков между собой при наличии стареющей контактной границы, и ей уделено основное внимание. Основными моментами исследования являются математическое описание выбранной модели, построение блочных элементов описанной блочной структуры, построение функциональных и псевдодифференциальных уравнений, построение интегральных уравнений контактных задач, выявление резонансов от внешних воздействий, приводящих к изменениям в предположенной блочной структуре.

Беспроводный пассивный датчик на поверхностных акустических волнах для измерения физических величин

**Багдасарян А. С.\***, **Багдасарян С. А.\*\***, **Богданов М. И.\*\*\***,  
**Днепровский В. Г.\*\*\*\***, **Карапетьян Г. Я.\*\*\*\***, **Петин Г. П.\*\*\***

*\* Москва, Институт радиотехники и электроники  
им. В. А. Котельникова РАН*

*\*\* Москва, ООО «НПП «Технологии радиочастотной идентификации и связи»*

*\*\*\* Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

*\*\*\*\* Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики*

*им. Воровича И. И. ЮФУ*

*днепр3@ Rambler.ru*

В работе рассмотрен пассивный беспроводный датчик на поверхностных акустических волнах (ПАВ) для измерения полной диэлектрической проницаемости жидкости на основе изменения коэффициента отражения от отражательного встречно-штыревого преобразователя (ВШП), нагруженного на специальную измерительную емкость, имеющую зазор, который может заполняться измеряемой жидкостью. При этом меняется емкость конденсатора и, как следствие, коэффициент отражения ПАВ от отражательного ВШП, что приводит к изменению амплитуды отраженного от датчика опрашивающего импульса.

Разработана схема устройства, состоящего из приемника и передатчика. Передатчик включает в себя задающий генератор, предварительный и оконечный усилители мощности. Гетеродинный приемник конструктивно совмещен с генератором тактовых импульсов, а также с амплитудным и фазовым детекторами. Исследована зависимость коэффициента отражения ПАВ однонаправленного ВШП от величины подключаемой нагрузки, а также от глубины погружения измерительного конденсатора в дистиллированную воду и изопропиловый спирт.

Работа выполнена при поддержке гранта Российского фонда фундаментальных исследований № 10-08-00700-а.

Течение жидкости со скольжением и приложение к нанотрубке

**Батищев В. А.**

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

*batish@math.rsu.ru*

Изучается течение вязкой жидкости в нанотрубке, диаметр которой более тридцати нанометров. В этом случае можно выделить слой жидкости вблизи стенки, в котором течение жидкости исследуется методом молекулярной динамики на основе потенциала Ленарда-Джонса. Вне этого слоя применимы уравнения Навье-Стокса. При малых числах Рейнольдса построена асимптотика течений жидкости со скольжением для системы Навье-Стокса. Показано, что с ростом средней скорости потока давление жидкости в нанотрубке уменьшается. Рассмотрен случай длинной трубки, для которой показано, что не выполняется гипотеза Навье о скольжении.



Расчет параметров равновесия балки из разупрочняющегося материала при ее чистом изгибе и растяжении методом Ньютона-Канторовича

**Бахарева Е. А., Стружанов В. В.**

*Екатеринбург, Институт машиноведения УрО РАН*

bahareva.e.a@mail.ru

Рассматривается балка, которая подвергается одновременно продольному растяжению и чистому изгибу. Поперечное сечение симметрично относительно вертикальной оси, перпендикулярной продольной оси и проходящей через центр масс поперечного сечения. Свойства материала задает полная диаграмма деформирования (растяжения) с ниспадающей до нуля ветвью. При растяжении и сжатии свойства материала полагаются одинаковыми. В результате введения в рассмотрения неустойчивых состояний материала, характеризуемых падающей диаграммой деформирования (растяжения-сжатия), у балки возникает несколько возможных положений равновесия. Расчет всех положений равновесия (как устойчивых, так и неустойчивых) осуществляется итерационным методом Ньютона-Канторовича. Использование метода предполагает выбор начального приближения, начиная с которого метод сходится и определяет параметры нужного положения равновесия. Предлагается численная процедура поиска такого начального приближения, основанная на свойствах отображения пространства состояний (изгиб балки и расположение нейтральной оси) в пространство управлений (изгибающий момент и растягивающая сила). В силу нелинейности свойств материала такое отображение имеет особенности, учитывающиеся при применении метода Ньютона-Канторовича.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 10-01-96018).

Контактная задача для анизотропного полупространства, повернутого относительно главных осей

**Белоков А. В.\*, Болгова А. И.\*\***

*\* Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

*\*\* Новочеркасск, Южно-Российский государственный технический университет (НПИ)*

beloav@sfedu.ru

Рассмотрена задача о вдавливании полосового жесткого штампа в границу упругого анизотропного полупространства в системе координат, повернутой относительно главных кристаллографических осей.

## Моделирование пьезоэлектрических материалов и устройств в программном комплексе ACELAN: опыт разработки и перспективы

**Белоконь А. В., Наседкин А. В., Скалиух А. С.**

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

nasedkin@math.rsu.ru

В работе описываются подходы, принятые в конечно-элементном пакете ACELAN. Особо отмечаются особенности принятых моделей и их конечно-элементных аппроксимаций, а также комплекс симметричных седловых алгоритмов, модели необратимых процессов поляризации и переполаризации поликристаллических сегнетоэлектрических материалов и модели композитных материалов, реализованные в данном пакете.

Обсуждаются перспективы развития программного комплекса ACELAN, связанные с включением в будущие релизы пакета новых моделей демпфирования для пьезоэлектрических материалов; модулей расчета неоднородной поляризации и пьезопреобразователей с неоднородно поляризованными пьезоэлементами; нелинейных моделей и решателей связанных физико-механических задач; оптимизационных модулей на основе сочетания МКЭ и генетических алгоритмов; модулей расчета пьезопреобразователей, включенных во внешние электрические цепи, с элементами управления на основе обратных связей и нейросетей; модулей решения обратных задач теории упругости и электроупругости; модулей расчета композиционных материалов регулярной и нерегулярной структуры; а также программ для проведения распределенных вычислений при сборке конечно-элементных матриц и решении статических и динамических задач акустоэлектроупругости.

## Многократные отражения ультразвуковых волн на дефектах: явные результаты и тестирование на лабораторном макете

**Боев Н. В., Вдовин В. А., Зотов В. М.**

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

bojev@math.rsu.ru

В рамках геометрической теории дифракции на примере обратного однократного и двукратного отражения продольной ультразвуковой волны проводится сравнительный анализ теоретических расчетов и результатов экспериментальных измерений амплитуды перемещений в отраженных волнах от поверхностей двух полостных дефектов, находящихся в образцах, изготовленных из упругих материалов.

Исследования выполнены при поддержке гранта Российского фонда фундаментальных исследований 10-01-00557а.

## Моделирование сосуществования и конкуренции близкородственных популяций с учетом миграции

**Будянский А. В., Цибулин В. Г.**

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*  
halord@mail.ru

Рассмотрена проблема моделирования двумерного ареала и двух взаимодействующих популяций. Для них формулируется модель, учитывающая миграционные потоки при неоднородности жизненных условий и неравномерности распределения самих популяций. На основе метода прямых проведено численное исследование возможных сценариев сосуществования и вытеснения популяций. Найдены области изменения параметров, для которых наблюдается неединственность решений и начальные условия (распределения популяций по ареалу) существенно влияют на распространение биологического вида. Изучено влияние миграционных эффектов на формирование распределений плотностей популяций. Показано, что миграция, вызванная неравномерностью жизненных условий, может способствовать выживанию популяции при малом значении параметра роста, а также приводить к эффекту перенаселенности. Обнаружены комбинации миграционных коэффициентов, при которых на отдельных участках ареала происходит преимущественный рост отдельной популяции, что, в частности, может вызывать размежевание видов — формирование экологических «ниш».

Установлена применимость предложенной модели эволюции конкурирующих популяций для прогнозирования поведения реальных биосистем.

## Акустическая эмиссия в диагностике предразрушающего состояния твердых тел

**Буйло С. И.**

*Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики*  
*им. Воровича И. И. ЮФУ*  
bsi@math.sfedu.ru

Исследованы экспериментальные зависимости потока актов акустической эмиссии (АЭ) широкого класса материалов на разных стадиях деформации, включая и момент разрушения. Зарождение и рост макротрещины фиксировался на поверхности образца с помощью измерительного микроскопа. Обнаружено, что первый максимум регистрируемой интенсивности потока актов АЭ появляется до образования видимой в измерительный микроскоп трещины и, скорее всего, связан с интенсивной пластической деформацией у надреза в момент зарождения макротрещины. Образование макротрещины и ее рост сопровождается повторным значительным возрастанием регистрируемой интенсивности импульсов АЭ. Разработанные методы и алгоритмы обеспечивают существенное увеличение точности оценки параметров процессов структурных изменений и накопления повреждений в материалах по данным АЭ испытаний. Их применение дает новую ценную информацию, которую затруднительно, а чаще

всего вообще невозможно (особенно в динамике) получить экспериментально какими-либо другими методами исследования.

### Физико-механические свойства золобетон

**Буравчук Н. И., Гурьянова О. В., Огороков Е. П., Павлова Л. Н.**

*Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики*

*и.м. Воровича И. И. ЮФУ*

burav@math.rsu.ru

Анализ опыта применения золошлаковых отходов в технологии бетона свидетельствует о том, что перспективным сырьем с точки зрения основных технологических процессов и свойств получаемых золобетон следует признать золу сухого отбора или зола уноса. В смеси с цементом или известью при твердении золы, содержащие в небольшом количестве свободный оксид кальция, способны связывать гидроксид кальция с образованием нерастворимых соединений. Обычно зола используется как добавка полифункционального действия, которая заменяет часть цемента и песка, и является пластификатором. Эти свойства золы обеспечивают не только нормативные показатели качества бетона, но по некоторым характеристикам превосходят заданные значения, причем при меньшем расходе. На свойства бетона оказывает существенное влияние гидравлическая скрытая активность золы и ее дисперсность. Экспериментально было доказано, что количество вводимой золы может превышать количество заменяемого цемента в 2-5 раз; и при этом обеспечить высокие прочностные свойства и другие эксплуатационные характеристики золобетона.

### Статистическая оценка механических характеристик арматурных сталей

**Бурцева О. А.\*, Нефедов В. В.\*, Косенко Е. Е.\*\* , Косенко В. В.\*\* ,  
Черпаков А. В.\*\*\***

*\*Новочеркасск, Южно-Российский государственный технический университет (НПИ)*

*\*\*Ростовский государственный экономический университет (РИНХ)*

*\*\*\*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

alex837@yandex.ru

Решена задача определения минимальных значений и рассеивание механических характеристик арматурных сталей с позиций теории вероятностей. На основе экспериментальных исследований доказано, что механические свойства строительных сталей распределяются по трехпараметрическому закону Вейбулла. На основе этого закона дана методика определения минимальных значений механических характеристик для прочностных расчетов.

## Параметрические колебания упругого стержня в потоке воздуха

**Бурцева О. А., Кабельков В. А.**

*Новочеркасск, Южно-Российский государственный технический  
университет (НПИ)  
kuzinaolga@yandex.ru*

Получены нелинейные дифференциальные уравнения с периодическими коэффициентами, описывающие движение упругого стержня в ветровом потоке. Исследована устойчивость основного (нулевого) состояния и определены критические значения параметров. Получены амплитудно-частотные характеристики колебательных режимов, ответвляющихся от основного режима.

## Расчет равновесного распределения компонент сплава SiGe в островках Странского-Крастанова

**Бычков А. А., Карпинский Д. Н.**

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет  
az710@yandex.ru*

Исследовано распределение концентрации Ge в пирамидальных нанометровых островках на свободной поверхности полупроводниковой пленки состоящей из сплава SiGe. В случае режима роста пленки Странского-Крастанова, на смачивающем слое образуются наноразмерные изолированные островки, форма которых зависит от стадии и режима роста пленки. В частности, образуются островки в форме полной или усеченной пирамиды. Релаксация накопленной в процессе роста пленки упругой энергии происходит за счет роста островков. Построены трехмерные модели отдельных островков обоих типов и групп на свободной поверхности. Расчет упругих деформаций был выполнен с использованием метода конечных элементов. Для расчета распределения Ge использованы аппроксимирующие формулы и итерационный алгоритм. Расчет показал, что атомы Ge концентрируются в вершинах пирамидальных островков. Перераспределение Ge обеспечивает существенную релаксацию упругой энергии в сплаве SiGe.

## Гидродинамический расчет радиального подшипника, работающего на электропроводящей газовой смазке

**Ванеев К. А., Лагунова Е. О.**

*Ростовский государственный университет путей сообщения  
lagunova@rambler.ru*

Рассмотрено установившееся течение электропроводящей газовой смазки в зазоре радиального подшипника при наличии магнитного поля. Предполагается, что подшипник неподвижен, а шип вращается с постоянной угловой скоростью  $\omega$ . На основе уравнения «тонкого слоя» для вязкой несжимаемой жидкости приводится математическая модель электропроводящей газовой смазки

для радиального подшипника при наличии магнитного и электрического полей. Магнитная индукция и напряженность электрического поля считаются заданными, удовлетворяющими уравнениям Максвелла. Найдено точное автомодельное решение задачи. Получены аналитические выражения для основных рабочих характеристик подшипника, которые позволяют:

- прогнозировать работу радиального подшипника, обладающего повышенной несущей способностью при наименьшем трении;
- определить расход смазки, обеспечивающей жидкостный режим трения;
- оценить влияние безразмерных критериев, присущих электропроводящим газовым смазкам, на основные рабочие характеристики радиального подшипника.

### Об одном подходе к восстановлению свойств неоднородного по толщине электроупругого слоя

**Ватульян А. О.<sup>\*,\*\*</sup>, Богачев И. В.<sup>\*</sup>, Явруян О. В.<sup>\*\*</sup>**

*\*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

*\*\*Владикавказ, Южный математический институт РАН*

yavruyan@mail.ru

Предложен способ решения обратной коэффициентной задачи электроупругости о восстановлении свойств неоднородного электроупругого слоя из анализа плоской задачи об установившихся колебаниях, возбуждаемых разностью потенциалов на электродах. С помощью преобразования Фурье построены две более простые разделенные относительно искомым коэффициентов краевые задачи относительно усредненных механических смещений и потенциала. Первая задача содержит только сдвиговой упругий модуль и аналогична задаче о продольных колебаниях неоднородного по длине стержня, которая была ранее подробно исследована. Вторая задача содержит функции, характеризующие как механические, так и пьезоэлектрические характеристики слоя. Неизвестные функции определяются методом линеаризации с привлечением итерационного процесса, на каждом этапе которого решаются интегральные уравнения Фредгольма первого и второго родов. Представлены результаты вычислительных экспериментов.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант №10-01-00194-а), ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (госконтракт П596).

### Об обратных задачах электроупругости

**Ватульян А. О., Дударев В. В.**

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

*Владикавказ, Южный математический институт РАН*

dudarev\_vv@mail.ru

В общем виде поставлена обратная задача об определении неоднородных характеристик электроупругого тела по некоторой дополнительной информации.

Сформулирована слабая постановка задачи о колебаниях пьезоэлектрических тел для общего случая нагружения. На основе такой постановки предложен способ построения решения обратной задачи. В качестве конкретного примера рассмотрена задача о реконструкции модуля податливости в пьезоэлектрическом стержне. Решение прямой задачи о продольных колебаниях стержня сведена к решению интегрального уравнения Фредгольма 2-го рода. Проведен анализ точности составленной вычислительной схемы. Решение обратной задачи реализовано путем организации итерационного процесса, сочетающего на каждом этапе решение ИУФ 2-го рода и нахождение поправок на основе решения ИУФ 1-го рода. Решение этого уравнения реализовано численно с использованием метода регуляризации А. Н. Тихонова. Представлены примеры по восстановлению неоднородного закона модуля податливости, проведена оценка эффективности работы алгоритма.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант №10-01-00194-а), ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (госконтракт П596).

### Задача изгиба поперечной силой для цилиндра с ромбоэдрической анизотропией

**Ватульян К. А.**

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*  
vatulyan\_karina@mail.ru

В случае анизотропии общего вида напряженное состояние не разделяется на плоское и задачу об отыскании касательных напряжений при изгибе. В этом состоит существенное отличие изгиба поперечной силой в анизотропном случае от изотропного. Именно поэтому задачу об изгибе поперечной силой часто называют задачей обобщенного изгиба. В общей ситуации (для произвольного поперечного сечения) решение краевой задачи, соответствующей данному типу задач, можно построить лишь численно. В работе рассмотрена задача изгиба для эллиптического поперечного сечения для цилиндра с ромбоэдрической анизотропией. Построено аналитическое решение; компоненты всех напряжений найдены в виде полиномов второго порядка, зависящих от двух переменных  $x_1, x_2$ .

### Модифицированные функционалы Лагранжа для решения полукоэрцитивной контактной задачи с трением

**Вихтенко Э. М., Намм Р. В.**

*Хабаровск, Тихоокеанский государственный университет*  
vikht@mail.khstu.ru

Для двумерной контактной задачи рассматриваются новые схемы двойственности с модифицированными функционалами Лагранжа. Исходная задача формулируется как квазивариационное неравенство. Для ее решения используется

метод последовательных приближений, на каждом шаге которого возникает задача условной минимизации полуконвективного недифференцируемого функционала. В работе построены и обоснованы алгоритмы нахождения седловых точек модифицированных функционалов Лагранжа, в которых одновременно со снятием односторонних ограничений на искомое решение проводится сглаживание недифференцируемого функционала.

### О внедрении сферического индентора в мягкий функционально-градиентный упругий слой

**Волков С. С., Айзикович С. М.**

*Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет*  
fenix\_rsu@mail.ru

Приводится эффективный метод, построения решения задачи о внедрении сферического индентора в мягкий функционально-градиентный слой на жестком основании. Описанный метод позволяет строить решение задачи, для всего диапазона значений характерного геометрического параметра задачи. Рассмотрен ряд характерных законов изменения модуля Юнга с глубиной.

### Условия бифуркации равновесия сферы

**Волокитин Г. И., Моисеев Д. В.**

*Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет*  
ivolokitin@bk.ru

В рамках нелинейно-упругого тела, упругие свойства которого заданы потенциалом Блейтца и Ко, рассмотрена задача об устойчивости сферы под действием наружного гидростатического давления. Используется теория малых деформаций упругого тела, наложенных на конечную. Докритическое напряженно-деформированное состояние равновесия сферы предполагается центрально-симметричным, смежное равновесное состояние — осесимметричным. Получены уравнения нейтрального равновесия для нелинейно-упругих тел из материала Блейтца и Ко. Условия бифуркации равновесия приводят к задаче на собственные значения с нелинейным входением параметра. Для решения этой задачи используются численные методы. Получены значения верхнего критического давления для сфер различной относительной толщины с учетом разных упругих модулей упругости. В зависимости от точности решения начальной задачи сравниваются некоторые варианты уравнений нейтрального равновесия. Это позволяет исследовать влияние физической и геометрической нелинейности на величину верхнего критического давления.



## Селекция устойчивых стационарных режимов в задаче плоской фильтрационной конвекции

**Говорухин В. Н., Шевченко И. В.**

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*  
vgovorukhin@gmail.com

Рассматривается задача плоской фильтрационной конвекции в прямоугольном контейнере при постоянно поддерживаемом линейном профилем температуры на границе. Эта задача обладает косимметрией, и, как следствие, в результате потери устойчивости состоянием покоя в ней возникает глобально устойчивое однопараметрическое семейство стационарных режимов. С помощью вычислительных экспериментов изучена селекция стационарных режимов при малых надкритичностях и различных размерах контейнера. Показано, что реализация режимов сильно зависит от начального состояния жидкости: окрестности только двух режимов реализуются из близких к состоянию покоя начальных данных; окрестность также двух, но других режимов, реализуются при больших начальных возмущениях; при промежуточных ситуациях возможна реализация любого из бесконечного числа стационарных режимов.

## Неосесимметричное излучение волн Лэмба круговым пьезоактуатором

**Голуб М. В.\*, Молл Й.\*\*, Глушкова Н. В.\*, Глушков Е. В.\*,  
Фритцен К.-П.\*\***

*\*Краснодар, Кубанский государственный университет*

*\*\*Зиген, Университет г. Зиген*

evg@math.kubsu.ru

Для получения информации о состоянии конструкций и структур в современных системах мониторинга широко используются волны Лэмба. В состав таких систем мониторинга часто входят пьезоактивные сенсоры, устанавливаемые на конструкцию или внедряемые в нее. Для получения точных сведений с помощью такой системы необходимо учитывать особенности возбуждения упругих волн пьезоактуаторами. Волновое поле, излучаемое актуатором, на практике зачастую имеет неосесимметричный вид и зависит от частоты. Теоретически и экспериментально изучается эффект несимметричного излучения на примере кругового актуатора, приклеенного к поверхности плоской пластины: приводятся результаты экспериментальной верификации модели. Строится математическая модель, описывающая взаимодействие актуатора с пластиной; модель опирается на интегральный подход, а для учета особенностей его конструкции использует замену контактных напряжений точечными касательными нагрузками.

## Решение обратной коэффициентной задачи для двумерной области

**Горбашова Е. А.\* , Углич П. С.\*\***

*\*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

*\*\*Владикавказ, Южный математический институт РАН*

puglich@inbox.ru

Рассмотрена задача о вынужденных антиплоских колебаниях упругого прямоугольного бруса. Модуль сдвига и плотность рассматриваемого образца являются функциями обеих координат. Для решения прямой задачи предложен метод конечных разностей, представлены результаты расчетов при различных законах изменения параметров.

Также рассмотрена обратная задача об определении закона распределения одного из механических параметров. Построена итерационная схема для определения неизвестных функций и программа для ее численной реализации.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант №10-01-00194-а), ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (госконтракт П596).

## Прикладные задачи наномеханики

**Греков М. А.\* , Еремеев В. А.\*\* , Каштанова С. В.\* , Морозов Н. Ф.\* ,  
Язовская А. А.\***

*\*Санкт-Петербургский государственный университет*

*\*\*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

kastasya@yandex.ru

Успехи наномеханики привели к внедрению в современную индустрию многочисленных наноразмерных механизмов, что естественно предполагает необходимость традиционного анализа проблем прочности, устойчивости, разрушения и т. д. Такого рода анализ можно проводить на основе традиционной модели механики твердого тела, модифицированной введением поверхностного эффекта.

В докладе приводится решение трех прикладных задач теории упругости и анализируется поправка к решению, полученного в силу учета поверхностных напряжений.

Работа выполнена в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (госконтракт П596).

## Об определении локальных неоднородностей в упругом цилиндре

**Денина О. В.**

*Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН*

olga\_rostov1983@mail.ru

Рассмотрена обратная задача идентификации сферической полости малого относительного размера в упругом изотропном цилиндре. На основе методов теории возмущений получены аналитические формулы для определения параметров

полости по информации о поправках к собственным частотам. Проведена серия численных экспериментов. В качестве входной информации использовались значения собственных частот, рассчитанных с помощью конечно-элементного пакета Ansys 11. Приведены результаты восстановления центра и радиуса полости в зависимости от величины соотношения радиуса цилиндра к его длине.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант №10-01-00194-а), ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (госконтракт П596).

### Быстрый метод граничных элементов в задаче обтекания профиля потоком идеальной жидкости

**Джанибеков М. В.**

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*  
junny@list.ru

Целью исследования является применение метода граничных интегральных уравнений (МГИУ) к изучению обтекания профиля произвольной формы, имеющего один острый угол, и поиск максимально быстрого алгоритма расчета. Использование МГИУ значительно упрощает процедуру поиска численного решения подобных задач, в частности, при исследовании крыловых профилей. Метод демонстрируется на примере профиля Жуковского.

### О потере устойчивости трехслойной нелинейно упругой полосы с предварительными напряжениями

**Еремеев В. В.**

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*  
er.vadim@gmail.com

В рамках трехмерной нелинейной теории упругости рассмотрена задача о потере устойчивости упругой полосы. Полоса состоит из трех слоев. Внутренний слой (ядро) предварительно растянут или сжат. Проанализирована зависимость критической деформации от начальных деформаций.

Работа выполнена в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (госконтракт П596).

### Братья Коссера и механика обобщенных континуумов

**Ерофеев В. И.\* , Виноградова Ю. В.\*\***

*\*Нижегородский филиал Института машиноведения  
им. А. А. Благодярова РАН*

*\*\*Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского*  
erf04@sinn.ru

В статье рассказывается о жизни и деятельности Эжена и Франсуа Коссера — основоположников механики обобщенных континуумов. Обсуждается современное состояние механики обобщенных континуумов и перспектив ее развития.

## Аспирация нелинейно-упругой сферической оболочки

**Жбанова О. В.**

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

zhbanova\_luck@mail.ru

В работе рассматривается модель микропипеточной аспирации клетки. Клеточная мембрана моделируется тонкой безмоментной нелинейно-упругой оболочкой, действие внутриклеточного вещества на мембрану принимается как равномерно распределенное нормальное давление. Целью работы является исследование напряженно-деформированного состояния мембраны и построение зависимости между величиной давления в пипетке при аспирации и деформацией клетки.

Получены уравнения равновесия осесимметричной деформации сферической оболочки под действием равномерно распределенного нормального давления, выраженные через функции кратностей удлинений, и угол наклона касательной к деформированному сечению. Эти уравнения описывают равновесия оболочки на всех участках оболочки. Система нелинейных ОДУ с граничными условиями представляет собой краевую задачу, решение которой ищется численно методом пристрелки по трем параметрам. Интегрирование дифференциальных уравнений осуществляется методом Рунге-Кутты четвертого порядка. Численное решение реализовано в математическом пакете Matlab.

Работа выполнена при финансовой поддержке Президента Российской Федерации (грант МК-439.2011.1).

## Программная оболочка анализа одномерных и двумерных задач нелинейной теории упругости

**Жеребко А. И., Карякин М. И.**

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

emporioarmani.89@mail.ru

В рамках системы компьютерной алгебры Maple разработана интерактивная система анализа задач нелинейной теории упругости, поддерживающая двусторонний обмен данными со средой конечно-элементного анализа FlexPDE. В качестве модельных задач для верификации системы рассмотрены несколько классов одномерных и двумерных задач нелинейной теории упругости: задача об основном растяжении образца, задача о влиянии кручения и винтовой дислокации на диаграмму растяжения нелинейно-упругого полого цилиндра и задача о растяжении образца жесткими захватами. Возможность использования разработанной системы для решения некоторых типов обратных задач продемонстрирована на примере задачи о растяжении плоского образца с круговым отверстием.

## Эффекты нелинейного взаимодействия поверхностных волн Лява в кристаллическом слое на кристаллическом полупространстве

**Жоголева Н. В.\* , Сторожев В. И.\*\***

\* *Донецк, Институт прикладной математики и механики НАН Украины*

\*\* *Донецкий национальный университет*

stvi@i.ua, zhogoleva.nadia@gmail.com

Представлены результаты аналитических и численных исследований задачи анализа нелинейных ангармонических эффектов при одновременном распространении двух сдвиговых упругих волн Лява различной круговой частоты  $\omega_m$  ( $m = 1, 2$ ) в пространственной волноводной структуре с монокристаллическими компонентами. Использована модель физически и геометрически нелинейного динамического деформирования, предполагающая использование упругого потенциала с квадратичными и кубическими членами по деформациям и нелинейных представлений для конечных деформаций. Применен подход, связанный с разложением характеристик нелинейных упругих волн в ряды по малому параметру в виде отношения амплитуды волны к ее длине. Для суммы двух распространяющихся вдоль упруго эквивалентного направления  $Ox_1$  линейных волн с разными частотами и длинами ангармоническое возмущение составляют вторые гармоники монохроматических волн с частотами  $2\omega_m$  ( $m = 1, 2$ ) и слагаемое «комбинационного» типа, отвечающее волне с частотой  $\omega_1 + \omega_2$ . Расчеты кинематических характеристик вторых гармоник исследуемых волн проведены для составного волновода из слоя монокристалла германия и полупространства из монокристалла кремния с коллинеарными направлениями упругой симметрии. Используемый в работе подход ранее был применен при анализе нелинейных ангармонических возмущений для обобщенных монохроматических волн Лява в анизотропном слое между анизотропными полупространствами.

## Уравнения электрофореза в нормальной форме

**Жуков М. Ю.**

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

zhuk@math.rsu.ru

Приведена процедура построения нормальной формы уравнений электрофореза — системы гидродинамического типа. Аналитические вычисления компонент тензора Хаантьеса показали, что система электрофореза для слабых электролитов не имеет инвариантов Римана.

## Инварианты Римана для многомерной модели зонального электрофореза

**Жуков М. Ю., Ширяева Е. В.**

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*  
shir@math.rsu.ru

Для системы уравнений, описывающей процесс переноса примесей электрическим полем в пространственно многомерном случае, получены инварианты Римана. Построено автомодельное решение, соответствующее волнам разрежения.

## Нестационарная задача изоэлектрического фокусирования аминокислот в заданном рН градиенте

**Жукова Н. М.**

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*  
zhuk\_nata@mail.ru

При помощи метода конечных элементов численно исследована нестационарная задача изоэлектрического фокусирования (ИЭФ) — процесса выделения при помощи электрического поля отдельных компонент смеси (аминокислот, белков) из многокомпонентного водного раствора с заданным градиентом рН. Приведены результаты вычислительного эксперимента, демонстрирующие динамику процесса фракционирования.

## Обобщенная задача Ламе для упругого шара

**Зеленина А. А., Зубов Л. М.**

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*  
a.zelenina@gmail.com

Рассмотрена задача нелинейной моментной теории упругости для полого шара, нагруженного по внешней и внутренней поверхностям равномерно распределенными давлениями и равномерно распределенным крутящим («сверлящим») моментом. Полуобратным методом задача сведена к системе двух нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений. Обнаружено существование нетривиального решения при отсутствии внешних нагрузок, которое описывает собственные напряжения в упругой сфере, возникающие в микрополярном теле вследствие кинематической независимости поля вращений от поля перемещений. Для модели физически линейного микрополярного тела найдено точное решение задачи о собственных напряжениях.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 09-01-00459) и ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (госконтракт П596).

## Метод Вишика-Люстерника в задачах термокапиллярной конвекции при нагреве сверху

**Зеньковская С. М.**

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*  
zenkov@math.sfedu.ru

Изучается термокапиллярная конвекция в слое с недеформируемой свободной границей при нагреве сверху, когда числа Рэлея и Марангони отрицательны и велики по абсолютной величине. Известно, что в этом случае возникают поверхностные и внутренние волны. Применяется метод сращиваемых асимптотических разложений, находятся главные члены асимптотики. В данной работе наряду с указанной задачей, рассматривается влияние вибрации. Применяется метод Вишика-Люстерника, найдены два члена асимптотики решения спектральной задачи для колебательных возмущений. Получено хорошее совпадение с численными результатами. Исследовано влияние вибрационного параметра на поведение нейтральных кривых.

## Нелинейное деформирование упругих оболочек с распределенными дислокациями

**Зубов Л. М.**

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*  
zubovl@yandex.ru

Предложена нелинейная теория упругих оболочек типа Кирхгофа-Лява, содержащих непрерывно распределенные дислокации. За основные неизвестные в системе разрешающих уравнений приняты компоненты тензора дисторсии деформирующейся поверхности. Система уравнений включает уравнения несовместности, в которых плотность дислокаций считается заданной функцией координат на поверхности, и уравнения равновесия с заданной плотностью внешней нагрузки. Рассмотрены задачи кручения и изгиба круговой цилиндрической оболочки с дислокациями. Эти задачи сведены либо к обыкновенным дифференциальным уравнениям, либо к алгебраическим уравнениям. При отсутствии внешних нагрузок найдено несколько точных решений об изометрических деформациях оболочки с дислокациями. Показано, что цилиндрическая оболочка с дислокациями может закручиваться или изгибаться без всякого сопротивления, т. е. без появления напряжений. Обсуждается проблема изгибания поверхностей с распределенными дислокациями.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 09-01-00459) и ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (госконтракт П596).

## Термоупругая контактная задача для цилиндрического подшипника скольжения при неидеальном тепловом контакте

**Иваночкин П. Г.\* , Колесников И. В.\*\***

*\*Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН*

*\*\*Ростовский государственный университет путей сообщения*

*ivanochkin\_p\_g@mail.ru*

Получено приближенное решение термоупругой контактной задачи для тонкой цилиндрической втулки подшипника скольжения при неидеальном тепловом контакте в зоне трения. Рассмотрение ведется в рамках несвязанной задачи термоупругости. В области контакта принимаются предложенные Барбером условия неидеального теплового контакта, учитывающие тепловое сопротивление тонкого промежуточного слоя между телами. Связь между перемещением точек внутренней поверхности втулки и контактным давлением получена в результате построения вырожденного решения термоупругой контактной задачи. С целью анализа влияния тепловыделения на НДС были проведены расчеты для втулки тормозной рычажной передачи вагона.

## Гранично-элементный расчет динамики составного пороупругого тела

**Игумнов Л. А., Карелин И. С., Петров А. Н.**

*НИИ механики Нижегородского государственного университета*

*igumnov@mech.unn.ru*

Рассматривается модель пористой среды Био. Представлены результаты расчетов динамического состояния составных конечных пороупругих тел на основе метода граничных элементов. Продемонстрировано влияние значений параметров модели материала на динамические отклики.

## Матрица Грина трехмерной теории магнитоэластоупругости

**Игумнов Л. А., Литвинчук С. Ю., Марков И. П., Пазин В. П.**

*НИИ механики Нижегородского государственного университета*

*litvinchuk@mech.unn.ru*

Рассмотрена система уравнений анизотропной теории магнитоэластоупругости. Применены два способа построения матриц Грина: отмечены их достоинства и недостатки. Приведен численный пример.



## Локализация колебаний в области отслоения тонкой пленки

**Индейцев Д. А.\*, Абрамян А. К.\*, Мочалова Ю. А.\*, Семенов Б. Н.\*\***

*\* Санкт-Петербург, Институт проблем машиноведения РАН*

*\*\* Санкт-Петербургский государственный университет*

Dmitry.Indeitsev@gmail.com

Исследованы особенности локализации колебаний на дефектах типа трещины — отслоения и влияние локализации на развитие дефектов. Предложена модель, позволяющая получить приближенное аналитическое решение и проанализировать условия роста отслоения и остановки его роста.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант 10-01-00814.

## Расчет динамических характеристик атомно-силового микроскопа под действием теплового шума

**Карпинский Д. Н.**

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

karp@math.rsu.ru

Выполнен расчет характеристик колебаний, вносимых тепловым шумом в малоамплитудный динамический режим микроконсоли атомно-силового микроскопа (АСМ). Уточнены условия работы атомно-силового микроскопа, когда единственной возмущающей силой является тепловой шум. Расчет показал, что среднеквадратичная амплитуда колебаний зонда АСМ заметно меняется при учете взаимодействия зонд-образец.

## О поиске оптимального профиля круглой гофрированной мембраны с максимальным линейным ходом

**Карякин М. И., Сигаева Т. В.**

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

taissigaeva@gmail.com

В работе рассматриваются осесимметричные мембраны с жестко заземленными краями под действием гидростатического давления. Для моделирования упругого поведения мембраны используются нелинейные уравнения, основанные на гипотезах Кирхгофа-Лява и не накладывающие ограничения на пологость формы. Представлено решение оптимизационной задачи для профиля такой мембраны, где критерием оптимальности является продолжительность линейного изменения объема в процессе нагружения. В качестве оптимизационного метода был использован модифицированный генетический алгоритм. Приведены результаты расчетов, даны профили оптимальных в некотором смысле мембран.

Работа выполнена при поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы.

## Об особенностях одномерного моделирования движения крови

**Клевчишкина Н. В.**

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

klevchishkina@yandex.ru

В рамках одномерной модели изучено нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка, описывающее возмущения радиуса нелинейно-упругой стенки кровеносного сосуда. Изучены стационарные режимы. Представлено решение этого уравнения, выражающееся через эллиптические функции Якоби. Проведено исследование решения в зависимости от скорости волны; представлены соответствующие графические зависимости. Осуществлена линеаризация задачи и дан сравнительный анализ результатов, полученных в рамках линейной и нелинейной моделей.

## Определяющие уравнения термодинамической ортогональности в обобщенной связанной термоупругости третьего типа (GNIII)

**Ковалев В. А.\* , Радаев Ю. Н.\*\***

\* *Московский городской университет управления Правительства Москвы*

\*\* *Москва, Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН*

radayev@ipmnet.ru

В работе в рамках модели нелинейного связанного термоупругого континуума Грина-Нахди третьего типа (GNIII) получены определяющие уравнения термодинамической ортогональности в пространстве термодинамических сил: термодинамический поток ортогонален поверхности уровня потенциала рассеяния в связанных процессах термоупругого деформирования и теплопроводности твердых тел. Тем самым устанавливается нелинейный определяющий закон теплопроводности, соответствующий GNIII теории, согласующийся с принципом ортогональности термодинамических потоков и сил.

Принцип, аналогичный принципу ортогональности термодинамических потоков и сил, первоначально возник в математической теории пластичности и выступал как ее основополагающий принцип, из которого следуют геометрическая выпуклость поверхности текучести и ортогональность в пространстве напряжений приращения пластической деформации поверхности текучести в гладких ее точках — ассоциированный с условием пластичности закон пластического течения. Кроме того, исследуются предельные варианты нелинейных определяющих законов связанной термоупругости: GN1/СТЕ — стандартная термоупругость, восходящая к классическому закону теплопроводности Фурье; GNII — гиперболическая термоупругость, характеризуемая нулевым внутренним производством энтропии в процессах теплопроводности и потоком энтропии, имеющим только обратимую составляющую.

## Азимутальные числа Матье, ассоциированные с элементарными волновыми функциями эллиптического цилиндра

**Ковалев В. А.\* , Радаев Ю. Н.\*\* , Таранова М. В.\*\***

\* *Московский городской университет управления Правительства Москвы*

\*\* *Москва, Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН*

\*\*\* *Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского*

radayev@ipmnet.ru

Рассматриваются вопросы, связанные с построением периодических и полупериодических по угловой переменной решений дифференциального уравнения Матье для окружных гармоник эллиптического цилиндра, ассоциированных характеристических значений и азимутальных чисел, необходимых для формирования элементарных волновых функций эллиптического цилиндра. Классическая задача Штурма-Лиувилля для уравнения Матье приводится к спектральной задаче для линейного самосопряженного оператора в гильбертовом пространстве бесконечных квадратично суммируемых двусторонних последовательностей. Предлагается подход, позволяющий дать весьма простые алгоритмы вычисления характеристических значений «углового» уравнения Матье с вещественными параметрами и соответствующих собственных функций. Систематически используются наиболее симметричные формы и уравнения, не находившие до этого применения в теории уравнения Матье. По существу, указанные алгоритмы сводятся к построению ортогональной матрицы, диагонализующей одну бесконечную симметричную пентадиагональную матрицу. Рассматривается проблема обобщения на случай эллиптической геометрии понятия азимутального числа волны, распространяющейся в цилиндрическом волноводе. Алгебраическими методами построены уточняющие друг друга двусторонние оценки для спектральных значений дифференциального оператора Матье с периодическими и полупериодическими граничными условиями.

## Метод квазилинеаризации в обратных задачах

**Козин С. В., Сухов Д. Ю.**

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

devitor@mail.ru

Рассмотрена задача об идентификации неоднородных характеристик вязкоупругого стержня при анализе установившихся продольных колебаний. Разработан итерационный метод для нахождения начальных приближений законов изменения мгновенного и длительного модулей стержня. Начальные приближения каждого из модулей ищутся в классе констант, при этом используется априорная информация о смещении на конце стержня в двух частотах. Итерационный процесс построен на основе метода квазилинеаризации. Для решения линейных краевых задач, возникающих на каждом шаге процесса, применяется

метод стрельбы. Приведены результаты вычислительных экспериментов по нахождению начальных приближений, позволяющие говорить об эффективности предложенного метода.

Метод также был применен к задаче идентификации материальных параметров. Была рассмотрена обратная задача о кручении цилиндра из материала Блейтца и Ко, в которой неизвестными предполагались параметр  $\beta$  материала и значение производной одной из двух неизвестных функций смещения на внутреннем радиусе цилиндра. Использовалась априорная информация о радиальном смещении в трех точках. С помощью аналогичного процесса параметр удалось идентифицировать с высокой точностью.

Работа выполнена при частичной поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (госконтракт П596).

### Цилиндрическая оболочка с жесткой цилиндрической вставкой

**Колесников А. М.**

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

Alexei.M.Kolesnikov@gmail.com

В работе рассматривается тонкостенная трубка, представляющая собой бесконечную цилиндрическую оболочку кругового поперечного сечения. Материал оболочки считаем высокоэластичным и несжимаемым. Внутри трубки вставлен абсолютно жесткий цилиндр большего радиуса. Задача определить напряженно-деформированное состояние оболочки и давление на вставку в зависимости от ее геометрических размеров.

При решении считаем, что изгибная жесткость оболочки пренебрежимо мала. Задачу формулируем в рамках нелинейной теории безмоментных оболочек. Координаты области контакта оболочки со вставкой заранее неизвестны и найдутся при решении задачи. Уравнения равновесия и уравнения для определения неизвестных границ получены из вариационного принципа минимума потенциальной энергии. Для материала Бартенева-Хазановича решение получено в аналитическом виде.

Работа выполнена при финансовой поддержке Президента Российской Федерации (грант МК-439.2011.1) и в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (госконтракт П596).

### Явные модели распространения изгибных волн в тонких упругих пластинах

**Коссович Е. Л.\* , Каплунов Ю. Д.\*\***

*\* Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского*

*\*\* London, Brunel University*

kirillova@web.de

Представлены явные модели, описывающие распространение изгибной краевой волны Коненкова в тонких линейно-упругих пластинах при различных видах

нагружений. Волна Коненкова не присутствует в явном виде в исходных уравнениях движения, построенных в рамках классической теории Кирхгофа изгиба тонких пластин. Для построения моделей использован асимптотический анализ точного решения задачи путем выделения вклада полюсов решения, ассоциируемых с волной Коненкова.

Построенные модели состоят из одномерного уравнения параболического типа, описывающего распространение волны Коненкова вдоль края пластины, а также двумерного эллиптического уравнения, описывающего ее затухание вглубь. Методология получения явных моделей, представленная в работе, позволяет выявить двойственную параболически-эллиптическую природу краевой волны, отличающуюся от природы объемных волн, также возникающих в тонких эластичных конструкциях. Параболичность одномерного уравнения для края характеризует дисперсионную природу волны Коненкова. Полученные модели хорошо аппроксимируют точное решение задачи вне зоны краевого нагружения, а также вблизи края пластины.

### Об устойчивости правильной системы точечных вихрей внутри круга

**Куракин Л. Г.**

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*  
kurakin@math.rsu.ru

Работа посвящена проблеме устойчивости системы  $N$  точечных вихрей, расположенных равномерно на окружности внутри круга. Дан обзор достигнутых в настоящее время результатов, полученных в том числе и автором.

### Топологический хаос в двумерном течении Стокса

**Курилко А. Б., Мелешко В. В.**

*Киевский национальный университет им. Тараса Шевченко*  
alexandr.kurylko@gmail.com

Исследовано двумерное течение Стокса в прямоугольной полости, которое приводится в движение одной из стенок, которая движется по заданному закону. Метод суперпозиции оказывается эффективным для решения задач механики, касающихся медленного течения вязкой жидкости под действием касательных скоростей. Указаны условия возникновения топологического хаоса в течении Стокса в прямоугольной полости без участия физических смесителей. Для заданной на границе скорости обнаружено существование трех периодических точек жидкости, которые порождают хаотическое движение.

## Экспериментальное исследование реологии патологической и нормальной желчи

**Кучумов А. Г.\***, **Гилев В. Г.\*\***, **Попов В. А.\*\***, **Самарцев В. А.\*\*\***

\* *Пермский национальный исследовательский технический университет*

\*\* *Пермский государственный национальный исследовательский университет*

\*\*\* *Пермская государственная медицинская академия им. ак. Е. А. Вагнера*

kuchymov@inbox.ru

Представлены результаты экспериментального изучения нормальной и патологической желчи человека, взятых из желчного пузыря и желчных протоков. Приведены зависимости вязкости от скорости сдвига, изменения значений вязкости от времени, а также касательных напряжений от скорости сдвига, полученных для различных видов желчи, взятых у пациентов с одинаковой патологией, но разного возраста и пола. Получены параметры уравнения Кассона и уравнения Каро в результате аппроксимации кривых. Кроме того, представлены результаты исследования гистерезисного поведения при прямом и обратном ходе. В норме желчь является ньютоновской жидкостью, а патологическая желчь — неньютоновская тиксотропная жидкость. Выявлено различие между поведением пузырной и холедохиальной видов желчи, а также различие между поведением холедохиальной желчи, взятой у пациентов разного возраста и пола.

## Усреднение квазилинейных параболических задач с высокочастотной главной частью

**Левенштам В. Б.**

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

vleven@math.rsu.ru

Рассматриваются квазилинейные параболические начально-краевые задачи второго порядка с большим параметром в ограниченном цилиндре. Слагаемые соответствующих параболических уравнений, включая главные (эллиптические) члены, помимо пространственных переменных и времени зависят от произведения большого параметра и временной переменной. Для таких задач обоснован принцип усреднения.

## Некоторые особенности возбуждения SH-волн в электромагнитоупругом слое

**Леви М. О., Михайлова И. Б.**

*Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН*

moderx@mail.ru

Рассматривается динамическая связанная задача о сдвиговых гармонических колебаниях электромагнитоупругого слоя при различных электрических и магнитных условиях на его гранях. Слой представляет собой материал класса 2mm.

Поверхность слоя предполагается свободной от механических напряжений, нижняя грань слоя жестко закреплена. Построена и исследована функция Грина среды. Исследовано влияние различных магнитных и электрических граничных условий на дисперсионные свойства среды.

### Исследование предельного состояния деформируемого тела с учетом внутреннего и внешнего трения

**Локшина Л. Я., Костандов Ю. А.**

*Симферополь, НИИ проблем геодинамики Таврического национального университета им. Вернадского  
ipgd@yandex.ru*

Исследуется НДС образца горной породы при одноосном сжатии с учетом внутреннего трения материала и контактного трения на поверхности приложения нагрузки в предположении, что формирование очагов разрушения в локальных областях происходит на траекториях максимальных эффективных касательных напряжений (ТМЭКН).

Получено уравнение состояния материала на ТМЭКН. Найдена зависимость предельного (разрушающего) напряжения от внутреннего и внешнего трения. Проведено сравнение полученных результатов с известными результатами для случаев отсутствия внешнего трения и случаев когда не учитывается внутреннее трение материала. Показано, что ТМЭКН является выпуклой кривой.

Получены расчетные зависимости предельного напряжения и углов наклона ТМЭКН от внутреннего трения и контактного касательного напряжения обусловленного внешним трением. Из приведенных зависимостей следует увеличение предельного напряжения и углов наклона ТМЭКН с ростом коэффициента внутреннего трения. При росте касательного напряжения предельное напряжение уменьшается, а ТМЭКН становится более выпуклой.

### К вопросу об эффективном моделировании многоэлектродных структур

**Лыжов В. А.\* , Тукодова О. М.\* , Ворович Е. И.\*\***

*\*Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН*

*\*\*Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет  
maggod-rnd@yandex.ru*

В целях изучения особенностей распределения полей многоэлектродных систем и влияния краевых эффектов на характеристики устройств были решены задачи для одного электрода, 3-, 5-, 7-, 9-электродных структур и так далее в сторону увеличения количества электродов в различных режимах возбуждения. Проводился анализ возможности замены решения строгой задачи для большого количества электродов на решение задачи для упрощенной модели. Полученные результаты позволили предложить приближенную схему расчета таких

систем, сводящуюся к последовательному решению двух вспомогательных задач для небольшого количества электродов. Учет 3-х крайних электродов позволяет хорошо описать краевые эффекты, а распределение заряда под «периодической» системой между ними взвешивается согласно функции распределения заряда под всей электродной структурой. Ошибка расчета электрического поля по такой упрощенной схеме не превышает нескольких процентов и обусловлена в основном несимметричностью влияния электродной системы на нецентральные электроды.

### Задача теплопроводности для растущего шара

**Лычев С. А., Манжиров А. В.**

*Москва, Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлinskого РАН*  
manzh@inbox.ru

Работа посвящена исследованию нестационарного температурного поля в растущих телах сферической формы. Температура присоединяемого материала отлична от температуры основного тела. Решение начально-краевой задачи теплопроводности отыскивается в форме разложения по полной системе собственных функций дифференциального оператора, порожденного задачей.

### Фундаментальные решения для трансверсально-изотропной пороупругой плоскости

**Ляпин А. А.**

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*  
alexlpn@hotmail.com

Представлен метод построения фундаментальных решений для трансверсально-изотропной пороупругой плоскости, где основными переменными являются компоненты смещений скелета и давление поровой жидкости. С помощью интегрального преобразования Фурье функции смещения и порового давления получены в виде однократных интегралов по конечному отрезку. Построены полярные множества характеристического уравнения задачи, а также поля смещений и давления от сосредоточенного усилия в точке. На основе интегральных представлений фундаментальных решений сформулирована система граничных интегральных уравнений для решения задач о колебаниях трансверсально-изотропной пороупругой среды с включениями и неоднородностями произвольной формы.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант №10-01-00194-а), ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (госконтракт П596).



## Об использовании полуобратного метода для исследования растяжения нелинейно-упругого цилиндра

**Майорова О. А.**

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*  
o.a.mayorova@gmail.com

Цель настоящей работы — описание одного из экспериментов по определению механических характеристик биоматериала — растяжение нелинейно-упругого цилиндра. В связи с широким использованием в биомеханике гипотезы о несжимаемости таких тканей, растягиваемый цилиндр считается несжимаемым, его основания жестко зацементированы. Описан класс моделей несжимаемых нелинейно-упругих материалов, в котором решение задачи о растяжении в случае жесткого нагружения может быть построено на основе полуобратного метода. Путем сравнения найденного решения с конечно-элементным (ANSYS) определен диапазон геометрических характеристик цилиндра, при котором данное решение имеет физический смысл.

Показано, что для анализа задачи о растяжении цилиндрических образцов в жестком нагружающем устройстве могут быть использованы два типа полуобратного представления: соответствующее однородной деформации растяжения для очень высоких образцов, и основывающееся на гипотезе плоских сечений — для тонких дисков из несжимаемых материалов.

## Математическое моделирование обтекания профиля с использованием модифицированного метода вихревых элементов

**Макарова М. Е., Марчевский И. К.**

*Москва, Московский государственный технический университет*  
*им. Н. Э. Баумана*  
iliamarchevsky@mail.ru

Рассмотрена задача моделирования стационарного безотрывного обтекания профиля потоком идеальной несжимаемой среды. Для профилей простейших форм методами ТФКП получено точное решение, по которому определяется интенсивность вихревого слоя, моделирующего профиль. Предложена модификация метода вихревых элементов и проведены тестовые расчеты, показывающие эффективность рассмотренного подхода по сравнению с классической расчетной схемой МВЭ.

## Конечные деформации растущей изгибаемой панели

**Манжиров А. В., Лычев С. А.**

*Москва, Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлунского РАН*  
manzh@inbox.ru

Исследован класс универсальных деформаций наращиваемых гиперупругих несжимаемых тел. Наращивание осуществляется за счет присоединения

предварительно деформированных слоев. Деформации послойно соответствуют преобразованию параллелепипеда в полый круговой цилиндр. Рассмотрены дискретные и непрерывные режимы наращивания. Приведена их классификация.

### Алгоритм движения точечных вихрей во внешности ограниченной области

**Марковский А. Н.**

*Краснодар, Кубанский государственный университет*  
mark@kubsu.ru

Рассматривается классическая задача о движении точечных вихрей в идеальной несжимаемой жидкости. Функция тока такого течения может быть представлена в виде суммы точечных вихрей с заданными интенсивностями плюс потенциал простого слоя, плотность которого (плотность вихрей на границе) требуется определить. Используя полную на границе систему потенциалов, искомая плотность может быть восстановлена. Приводится алгоритм вычисления траекторий движения точечных вихрей во внешности ограниченной области.

### Кинетика роста газового пузыря в межзеренной пленке стеклофазы при спекании керамики

**Мартынов Р. Э.**

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*  
Sintanial@gmail.com

Осуществлено численное исследование условия роста газового пузырька за счет переноса растворенного газа через массив стекломассы. Установлены условия для роста газового пузырька данного размера. Расчеты использованы для оценки образования дефектов в керамики при ее спекании.

### Большие деформации высокоэластичной цилиндрической оболочки

**Минченко Д. А.**

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*  
minchenko.dman@mail.ru

В работе исследуются большие деформации высокоэластичной тонкостенной оболочки вращения, нагруженной внутренним давлением (либо разрежением) и продольной растягивающей силой. Рассматривается случай жесткого закрепления на торцах. Задача состоит в определении характеристик, связывающих нагрузки и деформации для оболочек из различных резиноподобных материалов с заданными геометрическими параметрами. Решение задачи осуществляется численным методом.

## Новые оптические интерференционные средства для измерения перемещений поверхностей объектов контроля

**Мирошниченко И. П., Паринов И. А., Рожков Е. В.**

*Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики*

*им. Воровича И. И. ЮФУ*

ipmir@rambler.ru

Представлены описания оптических интерференционных средств измерений и результаты экспериментальных исследований особенностей их функционирования в составе мобильных диагностических систем. Анализ результатов позволил сформулировать ряд технических предложений, направленных на расширение функциональных возможностей рассматриваемых средств измерений при реализации в составе мобильных диагностических систем.

Предложенные оптические интерференционные средства для измерения малых перемещений наиболее целесообразно использовать в процессе высокоточных измерений перемещений поверхностей объектов испытаний и контроля при проведении их экспериментальных исследований, диагностике и оценке состояния, исследовании акустико-эмиссионных процессов в твердых телах, исследовании волновых процессов в слоистых конструкциях и конструкциях, выполненных из анизотропных конструкционных материалов в машиностроении, судостроении, авиастроении и т. д.

Настоящая работа частично поддержана грантом Российского фонда фундаментальных исследований № 10-08-00136.

## Асимптотическая модель конвекции Бенара–Кармана для тонких цилиндров

**Молодчанная А. В., Ширяева Е. В.**

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

shir@math.rsu.ru

Исследована задача о конвекции Бенара–Кармана в тонком цилиндре с непроницаемыми границами и вращающимися в противоположную сторону основаниями, на которых задана разность температур. В случае, когда толщина цилиндра стремится к нулю построена асимптотическая модель, для которой определены критические числа потери устойчивости.

## Численный анализ режимов около точки Res 2 в задаче Куэтта–Тейлора

**Моршнева И. В., Овчинникова С. Н.**

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

morsh4@yandex.ru

Изучаются течения вязкой несжимаемой жидкости между соосными вращающимися цилиндрами в окрестности точек бифуркации коразмерности 2. В данной работе продолжается исследование резонансной ситуации Res 2, которая

возникает, когда у нейтральных мод совпадают фазовые частоты и азимутальные квантовые числа, а осевые квантовые числа различны. Представлены результаты расчета точек резонанса Res 2 и численного исследования существования и устойчивости режимов течения.

### Пример точного решения для уравнений сверхмелкого потока с нестационарной свободной границей

**Надолин К. А.**

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*  
nadolin@math.sfedu.ru

Предложенная ранее для моделирования течений в слабоискривленных руслах упрощенная система уравнений рассматривается применительно к *сверхмелкому потоку*, для которого отношение глубины к ширине является величиной более высокого порядка малости, чем отношение ширины к протяженности. Используемые модельные редуцированные уравнения, описывающие течение как пространственно трехмерный процесс, оказываются существенно проще полных уравнений гидродинамики, а определение гидродинамических полей сводится к решению задачи Коши для квазилинейного гиперболического уравнения относительно функции глубины потока. Для изучаемой редуцированной математической модели существенным оказывается условие нестационарности свободной поверхности потока. В качестве примеров рассмотрены потоки постоянного сечения простой геометрической формы, для которых легко находится точное решение.

### Метод эффективных модулей для определения характеристик магнитоэлектрических композитов

**Наседкин А. В.**

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*  
nasedkin@math.rsu.ru

В работе рассмотрены теоретические аспекты метода эффективных модулей для композиционных сред с пьезоэлектрическими и пьезомагнитными фазами. Сформулированы утверждения для осредненных полевых характеристик, обобщающие известные для упругих и пьезоэлектрических сред. Выделены восемь статических задач электромагнитоупругости для представительного объема, позволяющие находить эффективные модули магнитоэлектрического композита. Данные задачи различаются граничными условиями на поверхности представительного объема, обеспечивающими для случая однородных сред постоянные распределения градиентов полевых характеристик. Для каждой из этих задач указаны формулы, позволяющие вычислить полный набор эффективных модулей электромагнитоупругой среды с произвольным классом анизотропии.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№ 09-01-00875).

## Прямые и обратные задачи для предварительно напряженных упругих пластин

**Недин Р. Д.**

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*  
rdn90@bk.ru

В настоящей работе проведено теоретическое исследование возможности определения поля неоднородных предварительных напряжений в тонких упругих изотропных пластинах, нагружаемых в режимах планарных и изгибных стационарных колебаний, с помощью неразрушающего акустического метода. Получены и исследованы численные решения прямых задач с помощью МКЭ. Проведен анализ влияния уровней предварительных напряжений на АЧХ. Для обоих случаев колебаний на основе метода линеаризации обратная задача сведена к итерационному процессу, на каждом шаге которого решается прямая задача и интегральное уравнение Фредгольма 1-го рода с непрерывным ядром относительно поправок к неизвестным функциям предварительных напряжений с помощью метода регуляризации А. Н. Тихонова. Проведен ряд вычислительных экспериментов по восстановлению одноосного неоднородного предварительно напряженного состояния в прямоугольной пластине в режимах планарных и изгибных колебаний, представлены рекомендации о выборе предпочтительных режимов нагружения и частотных диапазонов зондирования, где восстановление искомой функции осуществляется наиболее точно.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант №10-01-00194-а), ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (госконтракт П596).

## Численное определение резольвент интегральных уравнений состояния среды при решении задач вязкоупругости

**Нескородев Р. Н.**

*Донецкий национальный университет*  
nes\_rom@cable.netlux.org

В работе представлены результаты решения задач линейной вязкоупругости анизотропного тела, полученные методом численного определения резольвент интегральных уравнений состояния среды и приведения интегральных уравнений к уравнениям закона Гука в произвольный момент времени. Используемый метод не требует аналитического представления ядер ползучести или релаксации и базируется на непосредственном использовании экспериментальных данных.

Приведены данные численных исследований напряженного состояния бесконечной вязкоупругой ортотропной пластинки, ослабленной эллиптическим отверстием.

## Идентификация неоднородных свойств термоупругого стержня

**Нестеров С. А.**

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

1079@list.ru

В работе представлен альтернативный подход к решению коэффициентных обратных задач термоупругости для неоднородного стержня. В ходе вычислительных экспериментов одновременно восстанавливаются две функции — модуль Юнга и удельная теплоемкость для случая малого параметра связанности. Для этого колебания в стержне возбуждаются один раз тепловой нагрузкой, другой раз — механической и снимается информация на одном из торцов стержня. Обратная задача формулируется в пространстве трансформант. Реконструкция функций происходит в два этапа. На первом этапе ищется начальное приближение функций в виде линейных функций. На втором этапе происходит уточнение восстанавливаемых функций путем нахождения поправок из решения системы интегральных уравнений Фредгольма первого рода. Результаты вычислительных экспериментов показали эффективность предложенного метода для реконструкции монотонных функций.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант №10-01-00194-а).

## Образование каверны на начальном этапе движения эллиптического цилиндра в вязкой жидкости

**Норкин М. В.**

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

norkin@math.rsu.ru

Рассматривается совместное движение вязкой несжимаемой жидкости и полностью погруженного в нее эллиптического цилиндра на малых временах. Предполагается, что цилиндр движется из состояния покоя в горизонтальном направлении с постоянным ускорением. Особенностью этой задачи является то, что при быстром разгоне цилиндра происходит отрыв жидкости от поверхности тела и образование каверны за телом. Предложен численно-аналитический метод, позволяющий на малых временах определить форму каверны и возвышение внешней свободной границы жидкости. Метод эффективен в случае, когда число Рейнольдса имеет одинаковый порядок с параметром, характеризующим малое время.

## Точки пересечения бифуркаций в задаче Куэтта-Тейлора

**Овчинникова С. Н.**

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

ovch.09@mail.ru

Точки пересечения нейтральных кривых интересны тем, что в их малой окрестности возможно изучать аналитически, вполне строгими методами, последовательности бифуркаций, включая развитие хаотических режимов. В работе приведены результаты расчета нейтральных кривых и найдены новые типы точек пересечения (точек бифуркации коразмерности 2 и 3), которым отвечают различные амплитудные системы.

## Об одной модели балки с тонким разрезом

**Осипов А. В.**

*Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет*

kukuvzz@yandex.ru

Представлена модель балки с тонким разрезом. Сформулированы условия сопряжения на концах разреза. Проведен ряд численных экспериментов по оценке точности полученных условий. Эксперименты проведены для различных значений ширины и глубины разреза. Результаты вычислительных экспериментов позволили оценить влияние параметров разреза на точность сформулированных условий сопряжения.

## Резонанс 1:1 в задаче устойчивости правильного вихревого пятиугольника вне круга

**Островская И. В.**

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

ostrov@math.rsu.ru

Работа посвящена проблеме устойчивости правильного вихревого пятиугольника, расположенного вне круговой области, в критическом случае двукратной пары чисто мнимых собственных значений (жорданова клетка).

## Моделирование двумерных движений идеальной жидкости, описываемых интегро-дифференциальным уравнением раусовского типа

**Петровская Н. В.**

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

NVP108@gmail.com

Рассматривается задача о двумерных течениях идеальной несжимаемой жидкости, для описания которых выбрана новая математическая модель, построенная В. И. Юдовичем — нелинейное интегро-дифференциальное уравнение раусовского типа. Конечномерные модели строятся методом Галеркина в сочетании с методом малого параметра. Полученные конечномерные модели (системы

обыкновенных дифференциальных уравнений) сохраняют с течением времени поле вихря, если в качестве его начального распределения выбрана одна из собственных функций оператора Лапласа. Проведено сравнительное исследование трех расчетных схем по скорости расчетов и точности результатов. В частности, проанализирован характер изменения во времени кинетической энергии и энтропии — интегралов исходной задачи. Результаты расчетов сравниваются также с аналогичными результатами, полученными непосредственным применением метода Галеркина к уравнению Эйлера движения идеальной жидкости.

### Анализ энергетических потерь при распространении гармонических волн в сосуде с переменным диаметром

**Поддубный А. А.\* , Устинов Ю. А.\*\***

*\*Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики  
им. Воровича И. И. ЮФУ*

*\*\*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет  
lex\_rs@mail.ru*

Исследуется распространение пульсовой волны в артериальном сосуде со стенозом. Стеноз моделируется сужением сосуда в виде цилиндрического отрезка конечной длины, форма пульсовой волны в виде систолы аппроксимируется отрезком ряда Фурье. В качестве характеристики сопротивления, порождаемого стенозом, исследуются величины потоков энергии отраженных и прошедших волн в зависимости от радиуса сужения и его длины. Исследуются также искажения формы исходной волны на различных участках сосуда. Приводится анализ численных результатов двух моделей волнового движения крови в артериальном сосуде переменного диаметра: на основе одномерной и двумерной модели стенки сосуда.

### Возникновение вибрационной конвекции в прямоугольнике при нагреве сверху

**Прозоров О. А.**

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет  
oaprozorov@gmail.com*

Рассматривается задача о возникновении вибрационной конвекции в прямоугольнике при нагреве сверху. Методом конечных элементов посчитаны возникающие нелинейные режимы. Произведено сравнение решений полной и осредненных задач, изучен выход на асимптотику. Рассмотрено влияние направления вибрации на возникновение конвекции.



## Расчет течения вязкой несжимаемой среды в каверне методом LS-STAG — методом погруженных границ с функциями уровня

**Пузикова В. В.**

*Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана*  
valeria5555@mail.ru

Решается тестовая задача о течении вязкой несжимаемой среды в прямоугольной каверне методом погруженных границ LS-STAG. Рассмотрены простейшие типы усеченных ячеек в двумерном случае. Полученные решения сравниваются с результатами расчетов в пакете OpenFOAM.

## Об образовании пузырей в бингамовской жидкости

**Радионов А. А.**

*Владикавказ, Южный математический институт РАН*  
aar200772@mail.ru

На простом примере в работе показано, что в реологически сложных жидкостях появляются дополнительные силы, которые необходимо учитывать при рассмотрении двухфазных процессов, протекающих в таких жидкостях.

Работа выполнена в рамках подпрограммы № 12 Президиума РАН.

## Длинноволновая асимптотика задачи устойчивости периодических по времени течений

**Ревина С. В.**

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*  
*Владикавказ, Южный математический институт РАН*  
rmi@aaanet.ru

Рассматривается движение вязкой несжимаемой жидкости под действием поля внешних сил, периодического по пространственным переменным и по времени. Предполагается, что один из пространственных периодов, а также период по времени, стремятся к бесконечности, когда волновое число стремится к нулю. Найдены главные члены длинноволновой асимптотики задачи устойчивости. Показано, что если отношение среднего продольной компоненты скорости к характерной скорости течения иррационально, то происходит колебательная потеря устойчивости. Для сдвигового основного течения возможна монотонная потеря устойчивости и бифуркация удвоения периода.

## Оценки старших производных решений линеаризованной системы Озеена во всем пространстве

**Сазонов Л. И.**

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет  
Владикавказ, Южный математический институт РАН  
sazonov@math.rsu.ru, lsznv.46@mail.ru*

Рассматривается система Озеена, получающаяся при линеаризации системы Навье-Стокса в многомерном пространстве на стационарном решении с ненулевым значением на бесконечности. В случае, когда стационарное решение удовлетворяет некоторым условиям устойчивости, установлены степенные оценки по времени для пространственных  $L_p$ -норм производных решений по пространственным и временной переменным. Данные оценки аналогичны оценкам для линеаризации Навье-Стокса на постоянном решении.

## Вынужденные колебания композитных на полимерной основе оболочек вращения в неоднородном температурном поле

**Сафроненко В. Г.\*, Трифонов В. В.\*, Шутько В. М.\*\***

*\*Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики  
им. Вороновича И. И. ЮФУ*

*\*\*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет  
safron@math.sfedu.ru*

Решены задачи о колебаниях композитной на полимерной основе цилиндрической оболочки, находящейся в однородном и поперечно неоднородном стационарном температурном поле. Предложен численный метод исследования, проведен сравнительный анализ амплитудно-частотных характеристик и собственных частот, полученных с учетом и без учета градиента температуры по толщине оболочки в зависимости от значений температуры, заданной на лицевых поверхностях оболочки. Рассмотрено влияние объемного содержания волокна в слоистом композите на решение поставленной задачи.

## Виброакустические свойства трехслойной цилиндрической оболочки с полимерным наполнителем

**Сафроненко В. Г.\*, Трифонов В. В.\*, Шутько В. М.\*\***

*\*Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики  
им. Вороновича И. И. ЮФУ*

*\*\*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет  
safron@math.sfedu.ru*

Численно исследуются вынужденные гармонические колебания цилиндрической оболочки трехслойной структуры с полимерным связующим в акустической среде. Физико-механические характеристики полимерного связующего описаны с позиций теории термовязкоупругости. Для определения поля акустического

давления в окружающей среде используется интеграл Гельмгольца. Реализуется численный подход, связанный с использованием метода разложения в ряды Фурье с последующим применением метода прогонки. Определяются амплитудно-частотные и диссипативные характеристики оболочки, а также дальнейшее поле звукового давления в зависимости от граничных условий.

### Использование конечно-элементной программы FlexPDE для расчета составных тел, имеющих сегнетокерамические элементы

**Скалиух А. С.**

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*  
skaliukh@math.rsu.ru

Установлено, что непосредственное применение конечно-элементной программы к расчету пьезокерамических элементов не приводит к желаемому результату. Это связано с тем, что конечно-элементные матрицы системы линейных алгебраических уравнений имеют седловую структуру, а применяемые методы ее решения в этом случае не работают. В связи с этим было предложено использовать безразмерные уравнения электроупругости с определенным выбором масштабных множителей. Такой подход оказался эффективным для решения не только простых задач, но и задач, включающих в себя элементы из керамических материалов. В качестве примера приводится решение задачи о расчете статора пьезоэлектрического линейного двигателя.

### Равновесная поперечная трещина в полуплоскости, усиленной тонкой гибкой накладкой

**Соболь Б. В., Краснощеков А. А.**

*Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет*  
akrasnoschekov@gmail.com

Рассмотрена плоская статическая задача теории упругости для полуплоскости, ослабленной прямолинейным поперечным разрезом. Граница полуплоскости усилена тонкой гибкой накладкой. Трещина поддерживается в раскрытом состоянии нормальными усилиями, приложенными к ее берегам. Применением обобщенного интегрального преобразования Фурье задача сведена к решению сингулярного интегрального уравнения первого рода относительно производной функции раскрытия трещины. Построено решение полученного интегрального уравнения методом коллокаций в виде разложения по полиномам Чебышева с выделенной особенностью. Получены значения коэффициента интенсивности напряжений в окрестности краев трещины. Достоверность полученных результатов подтверждена сравнениями с известными частными случаями. Проведено исследование влияния на процесс сходимости метода и на само решение задачи различных физических и геометрических параметров.

## Моделирование функционально неоднородных пьезоактивных материалов в конечно-элементном комплексе ACELAN

**Соловьев А. Н.<sup>\*,\*\*,\*\*\*</sup>, Оганесян П. А.<sup>\*</sup>**

*\* Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет*

*\*\* Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

*\*\*\* Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН*

solovievarc@gmail.com

Разработан модуль конечно элементного комплекса ACELAN для моделирования функционально неоднородных материалов, в том числе пьезоэлектрических керамик с неоднородной поляризацией. В качестве исходной информации о неоднородности составного упругого или электроупругого тела может выступать, как известная функциональная зависимость его свойств от координат, так некоторая дискретная информация, связанная, например, с результатом расчета неоднородной поляризации в ACELAN с помощью ранее разработанных модулей. Приведены примеры использования разработанного программного обеспечения для расчета эффективности пьезоэлектрических преобразователей. Обсуждаются возможности применения этого модуля в сочетании с ранее разработанным оптимизационным модулем на основе генетических алгоритмов для решения обратных задач реконструкции функционально неоднородных свойств материалов.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержки РФФИ (гранты 10-08-01296-а, 10-01-00194-а, 10-08-00093-а) и ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (госконтракт П596).

## Реконструкция дефектов в многослойных композиционных материалах

**Соловьев А. Н.<sup>\*,\*\*,\*\*\*</sup>, Спожакин А. С.<sup>\*</sup>, Напрасников В. В.<sup>\*\*\*\*</sup>**

*\* Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет*

*\*\* Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

*\*\*\* Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН*

*\*\*\*\* Минск, Белорусский национальный технический университет*

solovievarc@gmail.com

Предложен метод определения номера слоя или номера интерфейсной границы многослойного композита, которые содержат дефекты. Метод основан на применении теорем взаимности для неповрежденного тела и тела с дефектом и использовании некоторых аналитических пробных решений для многослойного тела. Дополнительной информацией для решения обратных задач служит поле смещений, измеренное на границе тела. Рассмотрены примеры такой реконструкции, включающие в себя дефекты типа интерфейсных трещин и разрывов слоев. В этих примерах процесс измерения дополнительной информации моделировался конечноэлементным решением задачи для тел с дефектами.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержки РФФИ (гранты 10-08-01296-а, 10-01-00194-а, 10-08-00093-а) и ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (госконтракт П596).

## Расчет полной диаграммы деформирования материала при чистом сдвиге по полной диаграмме кручения цилиндрического образца

**Стружанов В. В.**

*Екатеринбург, Институт машиноведения УрО РАН*  
stru@imach.uran.ru

В работе излагается известная методология решения обратных некорректных задач, разработанная Тихоновым А. Н. и Ивановым В. К., которая основывается на методе подбора и понятии квазирешения. В качестве примера рассматривается задача об определении диаграммы деформирования материала с падающей ветвью в координатах главные касательные напряжения и сдвиги по диаграмме кручения цилиндрического образца. Показано, что эта задача требует решения интегрального уравнения Вольтера первого рода и, следовательно, является некорректной задачей. После сведения к системе алгебраических уравнений, с использованием метода трапеций вычисления определенных интегралов, при неточной правой части эта система дает характерное пилообразное решение. Регуляризация решения осуществляется методом подбора в специальной интерпретации. Модельный пример показывает, что изложенный алгоритм позволяет получить диаграмму деформирования материала при чистом сдвиге с приемлемой для практики степенью точности.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 10-01-96018).

## Влияние начальных деформаций и преднагрева на дисперсионные свойства термоупругого слоя

**Суворова Г. Ю.\* , Анджинович И. Е.\*\***

*\*Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН*

*\*\*Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики  
им. Воровича И. И. ЮФУ*  
galias@yandex.ru

Рассматривается плоская связанная динамическая задача о распространении термоупругих волн в преднапряженном слое, возникающих под действием осциллирующей тепловой нагрузки. Поверхность слоя предполагается свободной от механических напряжений, нижняя грань слоя жестко закреплена и теплоизолирована. Начальное напряженное состояние слоя создается за счет действия механических усилий и предварительного нагрева. Построена функция Грина термоупругой среды, исследованы ее дисперсионные свойства в широком диапазоне изменения параметров задачи.

## Явные аналитические оценки частот вихревых пульсаций для высокоскоростного турбулентного потока в канале

**Сумбатян М. А.**

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*  
sumbat@math.rsu.ru

В рамках двумерной задачи используется линеаризация уравнений Навье-Стокса для течения вязкой несжимаемой жидкости в канале, в котором турбулентные осцилляции поля скоростей являются малыми на фоне основного осредненного потока. Сама скорость осредненного потока является заранее неизвестной функцией поперечной координаты, которая также должна находиться в процессе решения задачи. Математический аппарат сочетает метод ВКБ и асимптотические оценки возникающих интегралов. Распределение волновых чисел для турбулентных вихревых пульсаций определяется из некоторого определителя четвертого порядка, который представляет собой сложное трансцендентное уравнение. При больших числах Рейнольдса решение этого трансцендентного уравнения удастся построить аналитически, что приводит к явным оценкам для счетного набора частот турбулентных осцилляций и размера вихрей.

## Быстрые методы расчета структуры волнового поля в области с системой барьеров

**Танюшин Р. А.\* , Попужин В. В.\*\***

*\*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

*\*\*Catania, University of Catania*

popuzin@gmail.com

В работе предлагается эффективный способ расчета рассеяния волн на поверхности моря на системе, состоящей из конечного числа тонких барьеров. В процессе решения уравнения Гельмгольца задача сводится к решению граничного интегрального уравнения, которое решается с помощью метода Белоцерковского-Лифанова. Производительность данного метода увеличена за счет разработанного авторами итерационного алгоритма.

## Математическое моделирование процессов массопереноса и самосборки, вызванных испарением

**Тарасевич Ю. Ю.**

*Астраханский государственный университет*  
tarasevich@aspu.ru

Предложены модели, позволяющие понять процессы массопереноса при испарении жидкостей, содержащих как взвешенные частицы, так и растворенные вещества. Модели позволяют описывать процессы протекающие, например, при производстве наноструктурированных поверхностей с помощью технологии

струйной печати. Кроме того, модели могут оказаться полезными для объяснения структур, наблюдаемых в медицинской диагностике, проводимой по методу клиновидной дегидратации, при тестировании лекарственных средств и в других задачах, где используются биологические жидкости.

### Аэроупругость машущего крыла в рамках гипотезы плоских сечений

**Тарасов А. Е.**

*Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики*

*и.м. Воровича И. И. ЮФУ*

alex.tarasov@ymail.com

В работе предлагается полуаналитический подход к исследованию гармонических колебаний машущего прямоугольного упругого крыла в потоке идеальной несжимаемой жидкости. При построении решения задачи применен метод интегральных преобразований Фурье. Использование гипотезы плоских сечений позволяет свести задачу к одномерным интегральным уравнениям, которые решаются методом ортогональных многочленов.

### Колебания свободной поверхности сжимаемой жидкости в волновом стенде

**Трепачев В. В.\* , Трепачева Г. Н.\*\***

*\*Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет*

*\*\*Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики*

*и.м. Воровича И. И. ЮФУ*

trepachev.victor@yandex.ru

Получено решение пространственной смешанной краевой задачи о возбуждении гармонических поверхностных волн в сжимаемой жидкости, размещенной в волновом стенде конечных размеров. Движение сжимаемой жидкости вызвано колебаниями вертикальной пластины, имеющей заданную форму и прямоугольный контур. В случае отсутствия поверхностного натяжения решение задачи имеет замкнутый вид. При наличии поверхностного натяжения построены асимптотические решения краевой задачи, соответствующие высокочастотному и низкочастотному приближениям к ней. Исследовано влияние диссипации энергии на все типы возбуждаемых волн. Кроме того предлагаемая теория учитывает влияние длины, ширины, глубины стенда, глубины погружения пластины и ее формы на амплитуду волн в сжимаемой жидкости.

## Вычисление семейства конвективных режимов в пористом кольце

**Трофимова А. В.***Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*  
trofimova.anastasia@gmail.com

Рассматривается плоская задача фильтрационной конвекции несжимаемой жидкости в пористой кольцевой области. Разработан численный метод расчета конвективных движений на основе модели Дарси и конечно-разностной схемы, сохраняющей косимметрию исходной задачи. В численном эксперименте для кольцевых областей исследовано ответвление семейства стационарных режимов от механического равновесия, изучена эволюция конвективных движений с ростом числа Рэлея и проанализировано возникновение неустойчивости на семействе стационарных состояний.

## Осесимметричная деформация изотропного полупространства при упругом закреплении границы вне области приложения нормальной нагрузки

**Хапилова Н. С.\*, Залетов С. В.\*\****\* Донецк, Институт прикладной математики и механики НАН Украины**\*\* Донецкий национальный университет*

hapines.nelly@gmail.com

Построено аналитическое решение смешанной задачи для упругого полупространства, на границе которого действует распределенная по круговой области нагрузка, удовлетворяющая условиям осевой симметрии; вне области приложения нагрузки напряжения и перемещения пропорциональны, касательные напряжения на всей плоскости, ограничивающей полупространство, отсутствуют; напряжения на бесконечности обращаются в нуль.

## Конвекция при электрофорезе, вызванная движением границы между зонами

**Цывенкова О. А.***Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*  
olgaz@math.sfedu.ru

Для задачи о конвекции при электрофорезе построено решение, отвечающее механическому равновесию, и получена система для определения критических чисел потери устойчивости. Решение, отвечающее механическому равновесию, представляет собой волну, движущуюся вдоль оси действия силы тяжести.



## Контактная задача для цилиндрического слоя с продольными протекторными вставками в виде спиралей

**Чебаков М. И., Газзаев Д. А., Колосова Е. М.**

*Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики*

*им. Воровича И. И. ЮФУ*

chebakov@math.sfedu.ru

С помощью метода конечных элементов исследуется задача о взаимодействии упругого цилиндра с внутренней поверхностью цилиндрического слоя конечной длины, содержащего спиралевидные протекторные вставки, которые имеют механические свойства, отличные от свойств слоя. Внешняя граница слоя жестко закреплена, в зоне контакта отсутствует трение. Поставленная задача может рассматриваться как компьютерная модель работы бинарного подшипника, широко используемого в машиностроении. Изучено влияние механических и геометрических параметров задачи на напряженно-деформируемое состояние цилиндрического слоя.

Анализ работ, посвященных бинарным подшипникам, показывает широкий разброс свойств подшипников при варьировании конструкционных и параметрических характеристик. Возникающая при этом проблема оптимального проектирования является многокритериальной. Проектируемый подшипник должен обладать максимальной долговечностью, необходимой прочностью и минимальным коэффициентом трения.

Комплексные исследования и детальный анализ влияния механических и геометрических параметров, а также их определенных комбинаций на напряженно-деформируемое состояние подшипников с протекторными вставками, выполненные в настоящей работе, лежат в русле решения задачи их оптимального проектирования.

## Плоские и пространственные контактные задачи для трехслойных оснований

**Чебаков М. И., Колосова Е. М.**

*Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики*

*им. Воровича И. И. ЮФУ*

chebakov@math.sfedu.ru

Рассмотрены плоские и пространственные контактные задачи с учетом сил трения для трехслойного упругого основания, лежащего на жестком основании или упругом полупространстве, предполагается, что слои жестко соединены между собой и с полупространством. Предполагается также, что в зоне контакта нормальные и касательные напряжения связаны законом Кулона, а на штамп действуют нормальные и касательные усилия, при этом система штамп — трехслойное основание находится в условиях предельного равновесия и штамп в процессе деформации слоя не поворачивается. Для решения задач используются аналитические методы и метод конечных элементов. С помощью программ

аналитических вычислений впервые получены точные интегральные уравнения первого рода с ядрами, представленными в явном аналитическом виде. Изучены основные свойства ядер интегральных уравнений, в том числе показано, что числитель и знаменатель символов ядер могут быть представлены в виде разложения по произведениям степеней модулей сдвига слоев и полупространства, при этом выражения при этих произведениях содержат гиперболические и степенные функции от толщин и коэффициентов Пуассона слоев. Построены схемы решения интегральных уравнений. С помощью предложенных методов произведен расчет распределения контактных напряжений, размеров области контакта, взаимосвязи перемещения штампа и действующих на него сил, напряженно-деформируемого состояния во внутренних областях, особенно на границах раздела слоев с разными механическими параметрами в зависимости от геометрических и механических параметров слоев и коэффициента трения с целью их оптимального подбора для обеспечения необходимого ресурса работы моделируемых таким образом узлов трения. Проведено сравнение результатов расчетов, полученных аналитическими методами и методом конечных элементов.

#### Оценка степени поврежденности связанных элементов стержневой конструкции

**Черпаков А. В., Акопьян В. А.**

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*  
alex837@yandex.ru

С помощью численного моделирования в КЭ комплексе ANSYS рассмотрен новый подход к решению задачи идентификации повреждений в стержневой связанной конструкции треугольной конфигурации с повреждением в виде надреза. Приведен сравнительный конечно-элементный анализ частот и форм колебаний упругого стержня и связанных стержневых элементов конструкции, в результате которого установлено, что амплитуда и угол между касательными к кривым форм 3-й моды колебаний связанного элемента стержневой конструкции треугольной конфигурации в совокупности позволяют оценить степень поврежденности связанного элемента стержневой конструкции.

#### К задаче цилиндрического изгиба трансверсально-изотропного слоя с полостью

**Шалдырван В. А., Ержаков Г. В.**

*Донецкий национальный университет*  
shaldyrvan@dongu.donetsk.ua

Рассматривается модельная задача о деформации трансверсально-изотропного слоя, ослабленного цилиндрической полостью, под действием изгибающих усилий на бесконечности. Исследуется характер напряженного состояния как тонких, так и толстых плит для различных материалов гексагональной структуры.

## Выпучивание круглой пористой трехслойной плиты при радиальном сжатии

**Шейдаков Д. Н.\* , Шейдаков Н. Е.\*\***

*\*Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН*

*\*\*Ростовский государственный экономический университет (РИНХ)*

sheidakov@mail.ru

В рамках общей теории устойчивости трехмерных тел проведен анализ бифуркации равновесия при радиальном сжатии круглой плиты, состоящей из металлической или полимерной пены, покрытой жесткой оболочкой. Для описания поведения пены применяется модель континуума Коссера. Построены линеаризованные уравнения равновесия круглой трехслойной плиты. Показано, что при одинаковых верхнем и нижнем покрытиях существует два независимых класса решений данных уравнений. Путем численного решения линеаризованных уравнений равновесия для конкретного пористого материала и покрытий найдены спектры критических значений удельного радиального сжатия и соответствующие им моды выпучивания. Проанализирован размерный эффект и влияние свойств покрытий на потерю устойчивости трехслойных плит с пористой основой.

Работа выполнена при поддержке Президента РФ (грант МК-6315.2010.1), Российского фонда фундаментальных исследований (гранты 09-01-00459-а и 11-08-01152-а) и ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (госконтракт П596).

## Решение задачи о поведении пластинки на упругом стержне под воздействием аэродинамических сил

**Шрертер С. А., Илюхин А. А.**

*Таганрогский государственный педагогический институт им. А. П. Чехова*

aleilyukhin@yandex.ru, sergshre@yandex.ru

Рассмотрена задача об изгибе потоком воздуха стержня, жестко закрепленного нижним концом, к верхнему концу которого жестко прикреплена абсолютно твердая пластинка. Предполагается, что поток воздействует только на пластинку, изгиб стержня происходит в одной плоскости. В работе осуществлен переход от уравнения равновесия Кирхгофа к уравнениям Гамильтона. Поиск решения, отличного от тривиального, проведен методом нормальных форм. При отсутствии резонансов второго и третьего порядка в системе уравнений функцию Гамильтона каноническим преобразованием можно привести к нормальной форме в членах до четвертого порядка включительно. В качестве такого канонического преобразования использовано преобразование Биркгофа. Необходимо также учитывать, что приведение функции Гамильтона исходной системы к нормальной форме осуществлено только в членах до четвертого порядка включительно. Поэтому полученная система с новой функцией Гамильтона является

только приближением исходной системы. Система дифференциальных уравнений с новой функцией Гамильтона позволяет найти общий интеграл, что дает возможность представить точное решение этой системы в явном виде. Однако, для нахождения постоянных интегрирования из граничных условий, необходимо решить нелинейную алгебраическую систему, решение которой в явном виде получить затруднительно. Предложено также строить обратное преобразование Биркгофа для упрощения решения краевой двухточечной задачи. Указан и программно реализован алгоритм численного построения зависимости угла атаки пластинки от скорости набегающего потока.

### Об устойчивости нелинейно-упругого цилиндра из сжимаемого материала при наличии внутренних напряжений

**Шубчинская Н. Ю.**

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*  
natalieshubchinskaya@gmail.com

В работе исследовано влияние внутренних напряжений на устойчивость нелинейно-упругого цилиндра при сжатии и растяжении. В качестве источника внутренних напряжений рассмотрены изолированные дефекты — клиновья дисклинация и винтовая дислокация — на оси цилиндра.

С использованием полуобратного метода нелинейной теории упругости проанализировано НДС цилиндра с дефектом для двух моделей материалов — полуплинейного и материала Блейтца и Ко (упрощенный вариант). Показано, в частности, что наличие клиновья дисклинации приводит к изменению длины цилиндра при отсутствии осевой силы, причем знак этого изменения может зависеть не только от материальных параметров, но и от того, сплошной или полый цилиндр рассматривается. Последнее связано, с существованием разрывных решений в задаче о дисклинации для материала Блейтца и Ко. Задача о винтовой дислокации рассмотрена лишь для полого цилиндра.

Исследование устойчивости проведено путем линеаризации уравнений равновесия в окрестности полученных решений, при этом под точкой потери устойчивости понималось такое значение коэффициента растяжения или сжатия, при котором линеаризованная однородная краевая задача имеет нетривиальное решение. Показано, что для рассмотренных моделей материалов наличие дисклинации в сжимаемом цилиндре является дестабилизирующим фактором, в том смысле, что независимо от знака дисклинации критическая сила уменьшается. В то же время дисклинация практически не влияет на устойчивость цилиндра из материала Блейтца и Ко при растяжении. Аналогичный анализ проведен и для цилиндра с винтовой дислокацией в предположении отсутствия кручения, приведены численные результаты.

Работа выполнена в рамках федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг. (контракт П-361).

## Обобщение решения для задач пластической формовки сфероидальных оболочек

**Юдин А. С., Юдин С. А.**

*Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики*

*и.м. Воровича И. И. ЮФУ*

2915132@aaanet.ru

При свободной вытяжке пластины равномерным (гидростатическим) давлением получаемая оболочка проходит стадии формы как сплюснутого, так и вытянутого эллипсоидов вращения. Ранее строилось решение только для слегка сплюснутых сфероидов с использованием малости эксцентриситета, что обеспечивалось дополнительной (артифицирующей) силой. Для целей идентификации материалов необходимо развитие метода. В работе дано обобщение и развитие решения, на основе которого моделируется вытяжка куполообразных оболочек из круглых пластинок. Более общая форма построенного алгоритма дает возможность не рассматривать отдельно варианты сплюснутого и вытянутого эллипсоидов, поскольку здесь не используются разложение в степенной ряд по эксцентриситету. Это позволяет расширить возможности данного метода в предельных случаях высокопластичных материалов. Другие этапы построения решения и получения формулы, связывающей давление вытяжки с параметрами купола, в т. ч. с его высотой, аналогичны ранее разработанным.

## Об идентификации диаграммы свойств листового материала при формовке купола из круглой пластины

**Юдин С. А., Юдин А. С., Беликов Н. В.**

*Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикладной математики*

*и.м. Воровича И. И. ЮФУ*

2915132@aaanet.ru

Применительно к задачам анализа прочности тонкостенных сварных сосудов технология испытаний листовых материалов развита ранее; представлена методика испытаний продавливанием пластинки через круглое отверстие. В технике замеров требуется получать информацию с тензодатчиков, контролировать изменение толщины пластинки в процессе вытяжки, замерять кривизну оболочки в вершине. Для задач сверхпластической формовки ранее была предложена схема решения обратных задач идентификации определяющих соотношений по результатам технологических экспериментов формовки оболочек простой геометрии в матрицах и на основе применения безмоментной теории оболочек. Проведение испытаний выполняется либо на производственном оборудовании, либо на специальных установках.

Современная технология формовки куполообразных хлопающих мембран включает этап свободной пластической вытяжки пластины гидростатическим давлением. График «давление-высота подъема» можно использовать для идентификации диаграммы упрочнения материала листовой заготовки. Для этого

решается аналогичная задача математического моделирования на основе нелинейной теории с учетом изгибающих моментов. На основе сравнения теоретической и экспериментальной диаграмм корректируются координаты реперных точек степенной теоретической зависимости «напряжение-интенсивность деформаций» так, чтобы они были максимально сближены; при этом можно ограничиться совпадением точек с наибольшей высотой подъема. Такой способ дает результаты с достаточной точностью. Преимущество такого подхода состоит в отсутствии необходимости тензометрирования и замера толщин.

### On eigen-frequencies of an elastic body with surface stresses

**Altenbach H.\***, **Eremeev V. A.\*\*,\*\***, **Lebedev L. P.\*\*,\*\***

\**Magdeburg, Otto von Guericke University Magdeburg*

\*\**Rostov-na-Donu, South Federal University*

\*\*\**Rostov-na-Donu, South Scientific Center of RASci*

\*\*\*\**Colombia, Universidad Nacional de Colombia*

eremeyev.victor@gmail.com

A mathematical investigation of the eigenvalue problems for elastic bodies including surface stresses is presented. Weak setup of the problems is based on the Rayleigh variational principle. Certain spectral properties are established for the problems under consideration. In particular, bounds for the eigenfrequencies of an elastic body with surface stresses are presented. These bounds demonstrate increases in both the rigidity of the body and of the eigenfrequencies over those of the body with surface stresses neglected.

Present research was supported by Federal Targeted Programme «Scientific and Scientific-Pedagogical Personnel of the Innovative Russia» for 2009–2013 years (government contract P596).

### Steady streaming between two vibrating planes at high Reynolds numbers

**Morgulis A. B.\*,\*\***, **Ilin K. I.\*\***

\**Rostov-na-Donu, Southern Federal University*

\*\**Vladikavkaz, Southern Mathematical Institute*

\*\*\**York, The University of York*

amor@donpac.ru

We consider the incompressible flows in a gap between two walls driven by the periodical deforming of the walls. Such driving gives rise to the steady streaming (steady mean flows) which are in the focus of our study. Our approach involves the asymptotic integration of the Navier-Stokes system in the case when both the wall displacements and the thickness of the Stokes layer are small but of the same order of magnitude. We employ Vishik-Lyusternik technique and apply it directly to the variable flow domain.

## Содержание

Азаров А. Д., Бабенко И. С., Журавлев Г. А. Анализ влияния кривизны упругих тел на напряженно-деформированное состояние в зоне их контакта . . . . .	4
Азаров Д. А. Нелинейно-деформируемая трехмерная механическая модель несжимаемых упругих материалов . . . . .	4
Акименко М. О. Сегментирование и анализ нестационарных временных рядов на примере кардиограмм . . . . .	5
Акопьян В. А., Паринов И. А., Рожков Е. В., Шевцов С. Н. Исследование пьезогенераторов кантилеверного типа: конечно-элементное моделирование и эксперимент . . . . .	5
Алексеев А. А. Странные аттракторы в системах с цилиндрической симметрией	5
Аникина Т. А., Углич П. С. Обратная задача об определении переменной жесткости пластины при изгибных колебаниях . . . . .	6
Аристамбекова А. В. Статический изгиб двухслойной пластинки из ортотропного материала при различных способах закрепления краев . . . . .	6
Бабешко В. А., Евдокимова О. В., Горшкова Е. М., Бабешко О. М., Иванов П. Б. К проблеме исследования и упреждения некоторых типов оползней . . . . .	7
Багдасарян А. С., Багдасарян С. А., Богданов М. И., Днепровский В. Г., Карапетьян Г. Я., Петин Г. П. Беспроводный пассивный датчик на поверхностных акустических волнах для измерения физических величин . . . . .	8
Батищев В. А. Течение жидкости со скольжением и приложение к нанотрубке	8
Бахарева Е. А., Стружанов В. В. Расчет параметров равновесия балки из разупрочняющегося материала при ее чистом изгибе и растяжении методом Ньютона-Канторовича . . . . .	9
Белоконь А. В., Болгова А. И. Контактная задача для анизотропного полупространства, повернутого относительно главных осей . . . . .	9
Белоконь А. В., Наседкин А. В., Скалиух А. С. Моделирование пьезоэлектрических материалов и устройств в программном комплексе ACELAN: опыт разработки и перспективы . . . . .	10
Боев Н. В., Вдовин В. А., Зотов В. М. Многократные отражения ультразвуковых волн на дефектах: явные результаты и тестирование на лабораторном макете . . . . .	10
Будянский А. В., Цибулин В. Г. Моделирование сосуществования и конкуренции близкородственных популяций с учетом миграции . . . . .	11
Буйло С. И. Акустическая эмиссия в диагностике предразрушающего состояния твердых тел . . . . .	11
Буравчук Н. И., Гурьянова О. В., О कोरोков Е. П., Павлова Л. Н. Физико-механические свойства золобетонов . . . . .	12
Бурцева О. А., Нефедов В. В., Косенко Е. Е., Косенко В. В., Черпаков А. В. Статистическая оценка механических характеристик арматурных сталей	12
Бурцева О. А., Кабельков В. А. Параметрические колебания упругого стержня в потоке воздуха . . . . .	13
Бычков А. А., Карпинский Д. Н. Расчет равновесного распределения компонент сплава SiGe в островках Странского-Крастанова . . . . .	13
Ванеев К. А., Лагунова Е. О. Гидродинамический расчет радиального подшипника, работающего на электропроводящей газовой смазке . . . . .	13

Ватульян А. О., Богачев И. В., Явруян О. В. Об одном подходе к восстановлению свойств неоднородного по толщине электроупругого слоя . . . . .	14
Ватульян А. О., Дударев В. В. Об обратных задачах электроупругости . . . . .	14
Ватульян К. А. Задача изгиба поперечной силой для цилиндра с ромбоэдрической анизотропией . . . . .	15
Вихтенко Э. М., Намм Р. В. Модифицированные функционалы Лагранжа для решения полукоэрцитивной контактной задачи с трением . . . . .	15
Волков С. С., Айзикович С. М. О внедрении сферического индентора в мягкий функционально-градиентный упругий слой . . . . .	16
Волокитин Г. И., Моисеев Д. В. Условия бифуркации равновесия сферы . . . . .	16
Говорухин В. Н., Шевченко И. В. Селекция устойчивых стационарных режимов в задаче плоской фильтрационной конвекции . . . . .	17
Голуб М. В., Молл Й., Глушкова Н. В., Глушков Е. В., Фритцен К.-П. Неосесимметричное излучение волн Лэмба круговым пьезоактуатором . . . . .	17
Горбашова Е. А., Углич П. С. Решение обратной коэффициентной задачи для двумерной области . . . . .	18
Греков М. А., Еремеев В. А., Каштанова С. В., Морозов Н. Ф., Язовская А. А. Прикладные задачи наномеханики . . . . .	18
Денина О. В. Об определении локальных неоднородностей в упругом цилиндре	18
Джанибеков М. В. Быстрый метод граничных элементов в задаче обтекания профиля потоком идеальной жидкости . . . . .	19
Еремеев В. В. О потере устойчивости трехслойной нелинейно упругой полосы с предварительными напряжениями . . . . .	19
Ерофеев В. И., Виноградова Ю. В. Братья Коссера и механика обобщенных континуумов . . . . .	19
Жбанова О. В. Аспирация нелинейно-упругой сферической оболочки . . . . .	20
Жеребко А. И., Карякин М. И. Программная оболочка анализа одномерных и двумерных задач нелинейной теории упругости . . . . .	20
Жоголева Н. В., Сторожев В. И. Эффекты нелинейного взаимодействия поверхностных волн Лява в кристаллическом слое на кристаллическом полупространстве . . . . .	21
Жуков М. Ю. Уравнения электрофореза в нормальной форме . . . . .	21
Жуков М. Ю., Ширяева Е. В. Инварианты Римана для многомерной модели зонального электрофореза . . . . .	22
Жукова Н. М. Нестационарная задача изоэлектрического фокусирования аминокислот в заданном рН градиенте . . . . .	22
Зеленина А. А., Зубов Л. М. Обобщенная задача Ламе для упругого шара . . . . .	22
Зеньковская С. М. Метод Вишика-Люстерника в задачах термокапиллярной конвекции при нагреве сверху . . . . .	23
Зубов Л. М. Нелинейное деформирование упругих оболочек с распределенными дислокациями . . . . .	23
Иваночкин П. Г., Колесников И. В. Термоупругая контактная задача для цилиндрического подшипника скольжения при неидеальном тепловом контакте . . . . .	24
Игумнов Л. А., Карелин И. С., Петров А. Н. Гранично-элементный расчет динамики составного пороупругого тела . . . . .	24
Игумнов Л. А., Литвинчук С. Ю., Марков И. П., Пазин В. П. Матрица Грина трехмерной теории магнитоэлектроупругости . . . . .	24



Индейцев Д. А., Абрамян А. К., Мочалова Ю. А., Семенов Б. Н. Локализация колебаний в области отслоения тонкой пленки . . . . .	25
Карпинский Д. Н. Расчет динамических характеристик атомно-силового микроскопа под действием теплового шума . . . . .	25
Карякин М. И., Сигаева Т. В. О поиске оптимального профиля круглой гофрированной мембраны с максимальным линейным ходом . . . . .	25
Клевчишкина Н. В. Об особенностях одномерного моделирования движения крови . . . . .	26
Ковалев В. А., Радаев Ю. Н. Определяющие уравнения термодинамической ортогональности в обобщенной связанной термоупругости третьего типа (GNIII) . . . . .	26
Ковалев В. А., Радаев Ю. Н., Таранова М. В. Азимутальные числа Матье, ассоциированные с элементарными волновыми функциями эллиптического цилиндра . . . . .	27
Козин С. В., Сухов Д. Ю. Метод квазилинеаризации в обратных задачах . . . . .	27
Колесников А. М. Цилиндрическая оболочка с жесткой цилиндрической вставкой . . . . .	28
Коссович Е. Л., Каплунов Ю. Д. Явные модели распространения изгибных волн в тонких упругих пластинах . . . . .	28
Куракин Л. Г. Об устойчивости правильной системы точечных вихрей внутри круга . . . . .	29
Курилко А. Б., <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">Мелешко В. В.</span> Топологический хаос в двумерном течении Стокса . . . . .	29
Кучумов А. Г., Гилев В. Г., Попов В. А., Самарцев В. А. Экспериментальное исследование реологии патологической и нормальной желчи . . . . .	30
Левенштам В. Б. Усреднение квазилинейных параболических задач с высокочастотной главной частью . . . . .	30
Леви М. О., Михайлова И. Б. Некоторые особенности возбуждения SH-волн в электромагнитоупругом слое . . . . .	30
Локшина Л. Я., Костандов Ю. А. Исследование предельного состояния деформируемого тела с учетом внутреннего и внешнего трения . . . . .	31
Лыжов В. А., Тукодова О. М., Ворovich Е. И. К вопросу об эффективном моделировании многоэлектродных структур . . . . .	31
Лычев С. А., Манжиров А. В. Задача теплопроводности для растущего шара . . . . .	32
Ляпин А. А. Фундаментальные решения для трансверсально-изотропной пороупругой плоскости . . . . .	32
Майорова О. А. Об использовании полуобратного метода для исследования растяжения нелинейно-упругого цилиндра . . . . .	33
Макарова М. Е., Марчевский И. К. Математическое моделирование обтекания профиля с использованием модифицированного метода вихревых элементов . . . . .	33
Манжиров А. В., Лычев С. А. Конечные деформации растущей изгибаемой панели . . . . .	33
Марковский А. Н. Алгоритм движения точечных вихрей во внешности ограниченной области . . . . .	34
Мартынов Р. Э. Кинетика роста газового пузыря в межзеренной пленке стеклофазы при спекании керамики . . . . .	34

Минченко Д. А. Большие деформации высокоэластичной цилиндрической оболочки . . . . .	34
Мирошниченко И. П., Паринов И. А., Рожков Е. В. Новые оптические интерференционные средства для измерения перемещений поверхностей объектов контроля . . . . .	35
Молодчанная А. В., Ширяева Е. В. Асимптотическая модель конвекции Бенара–Кармана для тонких цилиндров . . . . .	35
Моршнева И. В., Овчинникова С. Н. Численный анализ режимов около точки Res 2 в задаче Куэтта–Тейлора . . . . .	35
Надолин К. А. Пример точного решения для уравнений сверхмелкого потока с нестационарной свободной границей . . . . .	36
Наседкин А. В. Метод эффективных модулей для определения характеристик магнитоэлектрических композитов . . . . .	36
Недин Р. Д. Прямые и обратные задачи для предварительно напряженных упругих пластин . . . . .	37
Нескородев Р. Н. Численное определение резольвент интегральных уравнений состояния среды при решении задач вязкоупругости . . . . .	37
Нестеров С. А. Идентификация неоднородных свойств термоупругого стержня	38
Норкин М. В. Образование каверны на начальном этапе движения эллиптического цилиндра в вязкой жидкости . . . . .	38
Овчинникова С. Н. Точки пересечения бифуркаций в задаче Куэтта–Тейлора	39
Осипов А. В. Об одной модели балки с тонким разрезом . . . . .	39
Островская И. В. Резонанс 1:1 в задаче устойчивости правильного вихревого пятиугольника вне круга . . . . .	39
Петровская Н. В. Моделирование двумерных движений идеальной жидкости, описываемых интегро-дифференциальным уравнением раусовского типа	39
Поддубный А. А., Устинов Ю. А. Анализ энергетических потерь при распространении гармонических волн в сосуде с переменным диаметром . . . . .	40
Прозоров О. А. Возникновение вибрационной конвекции в прямоугольнике при нагреве сверху . . . . .	40
Пузикова В. В. Расчет течения вязкой несжимаемой среды в каверне методом LS-STAG — методом погруженных границ с функциями уровня . . . . .	41
Радионов А. А. Об образовании пузырей в бингамовской жидкости . . . . .	41
Ревина С. В. Длинноволновая асимптотика задачи устойчивости периодических по времени течений . . . . .	41
Сазонов Л. И. Оценки старших производных решений линеаризованной системы Озеена во всем пространстве . . . . .	42
Сафроненко В. Г., Трифонов В. В., Шутько В. М. Вынужденные колебания композитных на полимерной основе оболочек вращения в неоднородном температурном поле . . . . .	42
Сафроненко В. Г., Трифонов В. В., Шутько В. М. Виброакустические свойства трехслойной цилиндрической оболочки с полимерным наполнителем . . . . .	42
Скалиух А. С. Использование конечно-элементной программы FlexPDE для расчета составных тел, имеющих сегнетокерамические элементы . . . . .	43
Соболь Б. В., Краснощеков А. А. Равновесная поперечная трещина в полуплоскости, усиленной тонкой гибкой накладкой . . . . .	43
Соловьев А. Н., Оганесян П. А. Моделирование функционально неоднородных пьезоактивных материалов в конечно-элементном комплексе ACELAN . . . . .	44

Соловьев А. Н., Спозакин А. С., Напрасников В. В. Реконструкция дефектов в многослойных композиционных материалах . . . . .	44
Стружанов В. В. Расчет полной диаграммы деформирования материала при чистом сдвиге по полной диаграмме кручения цилиндрического образца . . . . .	45
Суворова Г. Ю., Анджикович И. Е. Влияние начальных деформаций и преднагрева на дисперсионные свойства термоупругого слоя . . . . .	45
Сумбатян М. А. Явные аналитические оценки частот вихревых пульсаций для высокоскоростного турбулентного потока в канале . . . . .	46
Танюшин Р. А., Попужин В. В. Быстрые методы расчета структуры волнового поля в области с системой барьеров . . . . .	46
Тарасевич Ю. Ю. Математическое моделирование процессов массопереноса и самосборки, вызванных испарением . . . . .	46
Тарасов А. Е. Аэроупругость машущего крыла в рамках гипотезы плоских сечений . . . . .	47
Трепачев В. В., Трепачева Г. Н. Колебания свободной поверхности сжимаемой жидкости в волновом стенде . . . . .	47
Трофимова А. В. Вычисление семейства конвективных режимов в пористом кольце . . . . .	48
Хапилова Н. С., Залетов С. В. Осесимметричная деформация изотропного полупространства при упругом закреплении границы вне области приложения нормальной нагрузки . . . . .	48
Цывенкова О. А. Конвекция при электрофорезе, вызванная движением границы между зонами . . . . .	48
Чебаков М. И., Газзаев Д. А., Колосова Е. М. Контактная задача для цилиндрического слоя с продольными протекторными вставками в виде спиралей . . . . .	49
Чебаков М. И., Колосова Е. М. Плоские и пространственные контактные задачи для трехслойных оснований . . . . .	49
Черпаков А. В., Акопьян В. А. Оценка степени поврежденности связанных элементов стержневой конструкции . . . . .	50
Шалдырван В. А., Ержаков Г. В. К задаче цилиндрического изгиба трансверсально-изотропного слоя с полостью . . . . .	50
Шейдаков Д. Н., Шейдаков Н. Е. Выпучивание круглой пористой трехслойной плиты при радиальном сжатии . . . . .	51
Шретер С. А., Илюхин А. А. Решение задачи о поведении пластинки на упругом стержне под воздействием аэродинамических сил . . . . .	51
Шубчинская Н. Ю. Об устойчивости нелинейно-упругого цилиндра из сжимаемого материала при наличии внутренних напряжений . . . . .	52
Юдин А. С., Юдин С. А. Обобщение решения для задач пластической формовки сфероидальных оболочек . . . . .	53
Юдин С. А., Юдин А. С., Беликов Н. В. Об идентификации диаграммы свойств листового материала при формовке купола из круглой пластины . . . . .	53
Altenbach H., Eremeev V. A., Lebedev L. P. On eigen-frequencies of an elastic body with surface stresses . . . . .	54
Morgulis A. B., Ilin K. I. Steady streaming between two vibrating planes at high Reynolds numbers . . . . .	54

Для заметок